

УДК 621.45 : 533.6.011 : 517.5

М. Л. УТРЮМОВ, канд. техн. наук

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ДИФFUЗОРНЫХ РЕШЕТОК ПРОФИЛЕЙ С  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИ ЦЕЛЕСООБРАЗНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ДАВЛЕНИИ

Для совершенствования методик оптимального ( в смысле повышения КПД ) проектирования каналов энергетических установок необходимы расчетные методы решения обратных краевых задач аэрогидродинамики ( ОКЗА ).

В настоящей работе описан метод построения решения задачи проектирования диффузорных решеток профилей с гидродинамически целесообразным распределением давлений ( ГЦРД ) как элемента общей методики рационального пространственного профилирования венцов, предназначенной для практического использования при доводке компрессоров энергетических установок, ориентированной на широкий круг пользователей.

Переход к условно-корректной постановке поставленной задачи может быть достигнут сведением ее к поиску квазирешения только из специальным образом построенного компактного множества гладких замкнутых простых контуров (множества корректности ):  $D_{2n} = \{ X \in R_{X}^{2n} : r_j(X) \leq \Delta_j < \infty, j = \overline{1, k} \}$ , где  $X = \{ X_i \}; i = \overline{1, n}; X_i = ( x_i, y_i )_{s,p}$  - множество пар, определяющих безразмерные координаты точек обводов сторон разреза и давления профиля в решетке на плоскости  $(x, y)$ ;  $r_j(x) \leq \Delta_j$  - ограничения типа условий разрешимости и конструктивной реализуемости (УР). На основе теории оптимального управления вариационную ОКЗА построения профиля в решетке

можно сформулировать следующим образом. Пусть имеются две подсистемы - ядро потока с изменяющимися границами (внешняя подсистема) и пограничный слой (внутренняя подсистема), которые взаимодействуют между собой для минимизации единого критерия качества. Для каждой подсистемы есть свои критерии качества -  $f_e[Q]$  и  $f_{in}[P_1]$ , где  $Q = (X, P)$ ,  $X$  - геометрия ( $X \in D_{2n}$ );  $P_1(s)$ ,  $P(s)$  - исходное и реализуемое распределение давления в физической плоскости как функции дуговой абсциссы  $s$  искомого контура  $\gamma$ .

Для обеих подсистем введем глобальный критерий, который будет совпадать с  $f_{in}[P_1]$ . Поэтому можно считать, что среди критериев задан порядок предпочтения. В отличие от внутренней подсистемы с критерием качества  $f_{in}[P_1]$ , внешняя подсистема рассматривает исходное распределение давления (ИРД) -  $P_1(s)$  как исходные данные. Следовательно решение  $Q = (X, P)$  определяется выбором  $P_1(s)$  (решения внутренней подсистемы). Предположим, что обе подсистемы согласны с функцией коллективной полезности  $f_{in}[P_1]$ . Тогда решается задача для внутренней подсистемы нахождения вектора  $\hat{P}_1^0$ , определяющего оптимальное ИРД  $P_1(s)$ :  $\hat{P}_1^0 = \arg \min \{ f_{in}[P_1(P_1^0)] : P_1 \in \pi_1 \}$ , где -  $\pi_1 = \{ P_1(s) \in \pi; p_j(P_1) \leq \varepsilon_j < \infty, j = \overline{1, m} \}$ ,  $\pi_1 \subset \pi$ ;  $\pi = \{ P(s) \in C, s \in [s_{LE}, s_{TE}] : \| P(s) \|_C \leq \varepsilon < \infty \}$ ;  $f_{in}[P_1] = \zeta_\pi[P_1]$  - заданный функционал, определенный в метрическом пространстве  $\pi$ ;  $p_j(P_1)$  - заданные функции.  $\zeta_\pi[P_1]$  - критерий качества, условный экстремум которого ищется на множестве  $\pi_1$ , определяемом системой обязательных ограничений  $p_j(P_1) \leq \varepsilon_j < \infty$  задачи оптимального управления. Задача для внешней подсистемы допускает слабую и сильную постановки.

Сильная постановка. Квазирешением обратной задачи на множестве корректности  $AD_{2n}^\pi$  из нормированного пространства  $\pi$  будем считать элемент  $\hat{P} \in AD_{2n}^\pi$ , минимизирующий функционал  $f_e[Q] = \rho_\pi(P, P_1)$  на  $AD_{2n}^\pi$ . Здесь  $AD_{2n}^\pi = AD_{2n} \cap \pi$ ,  $AD_{2n}$  - образ множества корректности  $D_{2n}$ .

Введенное определение является аналогом понятия ГЦРД, удовлетворяющего условиям совместимости исходных данных (УСИД) и УР, полученного через оптимальное ИРД  $P_1(s)$ . Квазирешение  $\hat{P}(s)$  для внешней подсистемы в сильной постановке является наилучшим в смысле наименьших квадратов приближением к заданной функции  $P_1(s)$  на множестве  $AD_{2n}^\pi$ . Очевидно, что если  $P_1(s) \in AD_{2n}^\pi$ , то квазирешение совпадает с этой функцией и является решением в обычном смысле. Так как  $\pi \subseteq L_2$  есть пространство функций, интегрируемых с квадратом, а множество  $AD_{2n}^\pi \subset \pi$  - выпукло и компактно, то задача нахождения квазирешения в сильной постановке корректна по Адамару.

Линеаризация соответствующей математической задачи приводит к получению приближенной зависимости вариации формы профиля от вариации давления  $\delta P$ :  $A_n(\delta X) = \delta P$ , здесь  $\delta P = P - P_0$ ,  $A_n$  - приближенный оператор, аппроксимирующий значения исходного оператора  $A$  на элементах  $X \in D_{2n}^\pi$ . Поиск квазирешения  $\hat{P}$  может быть сведен теперь к отысканию функции  $\delta \hat{X}$  на которой функционал  $f_e[Q] = \rho_\pi(P, P_1) = \rho_\pi(P_0 + A_n(\delta X), P_1) = f_e[\delta X]$  достигает минимума:  $\delta \hat{X} = \arg \min_{\delta X} \{ f_e[\delta X] : \delta X = X - X_0, X \in D_{2n}^\pi \}$ . Единственность и устойчивость решения вариационной задачи нахождения  $\delta \hat{X}$  достигается методом регуляризации А. Н. Тихонова. Таким образом задача оптимального управления нахождения оптимального состояния и соответствующего ему ГЦРД сведена к задаче безусловной минимизации функции конеч-

ного числа переменных. Приближенное решение задачи для внешней подсистемы находилось в классе дважды гладких функций в виде кубического интерполяционного сплайна. Построение регуляризованной, минимизирующей заданный функционал  $M^\beta[\delta X] = f_e[\delta X] + \beta\Omega[\delta X]$ , определенный на всех  $\delta X = X - X_0$  из  $X \in D_{2n}^\pi$ , где  $M^\beta[\delta X]$ ,  $\Omega[\delta X]$  - сглаживающий и стабилизирующий функционалы, соответственно;  $\beta$ -параметр регуляризации последовательности  $\{\hat{\delta X}_{\beta k}\}$  осуществляется с использованием операции метрического проектирования - определения полной проекции элемента  $P_1$  на множество  $AD_{2n}^\pi$ .

Процесс получения контура профиля состоит из выполнения ряда последовательных глобальных итераций в результате которого достигается на выбранном множестве  $D_{2n}^\pi$  поиск квазирешения:  $\{\delta P_{L-1}\} \xrightarrow{\pi} \{\delta \hat{P}_L, \delta \hat{X}_L\}$ , где  $\delta \hat{P}_{L-1} = \hat{P}_{1L} - P_{L-1}$ ; далее находились элементы последовательностей:

$$\begin{aligned} \{\hat{P}_L\}, \{X_L\} : \hat{P}_L &= P_{L-1} + \delta P_L, X_L = X_{L-1} + \delta X_L, \\ \{X_L\} &\xrightarrow{A} \{P_L\}, \delta P_L = \hat{P}_{1L} - P_L. \end{aligned}$$

Операция метрического проектирования  $\pi$  позволяет находить ГЦРД  $\{\hat{P}_L\}$  и корректировать  $\{\delta \hat{X}_L\}$ , а затем по ним и координаты искомого контура  $\{X_L\}$ :  $\lim_{L \rightarrow \infty} X_L = \hat{X}$ .

Степень близости множеств  $AD_{2n}^\pi$  и  $\pi_1$  ( $AD_{2n}^\pi \subset \pi$ ,  $\pi_1 \subset \pi$ ) в смысле полуотклонения  $AD_{2n}^\pi$  от  $\pi_1$  может регулироваться набором ограничений на элементы пространства  $\pi_1$  (набором свободных параметров, задающих  $P_1(s)$ ). Обычно было достаточно 3-5 приближений глобального итерационного процесса для нахождения квазирешения при существующих отраслевых допусках на изготовление лопаток венцов. Расчет распределения давления на поверхности профиля решетки производился на базе модели безотрывного течения идеального политропного газа со

струйным обтеканием выходных кромок модифицированным методом С. К. Годунова с корректируемой аппроксимационной вязкостью.

При разработке алгоритма построения приближенных решений вариационной ОКЗА об изменении контуров профилей диффузорных решеток предусматривалась возможность расширения класса решаемых задач. С этой целью использовался блочный принцип построения алгоритма, позволивший создать пакет прикладных программ многофункционального назначения для проектирования диффузорных решеток профилей с ГЦРД. В зависимости от конкретной постановки задачи могут формироваться отдельные наборы модулей из общего пакета прикладных программ. Программы написаны на языках FORTRAN-77, Turbo Pascal 5.5 и Си применительно к персональной ЭВМ типа IBM PC AT.

Работоспособность метода была проверена при проектировании достаточно большого количества разнообразных вариантов диффузорных решеток профилей и венцов осевых компрессоров, результаты работы внедрены в ЗМКБ "Прогресс", г. Запорожье.

Полученные результаты позволяют рекомендовать разработанный метод решения задачи проектирования диффузорных решеток профилей с ГЦРД и реализующий его пакет прикладных программ для широкого практического использования при доводке компрессоров энергетических установок в качестве элемента общей методики рационального пространственного профилирования венцов. Разработанный высокоэффективный численный метод, адекватный физике явления, обеспечивающий точность получаемых результатов соизмеримую с точностью эксперимента, позволяющий решать задачи с приемлемыми затратами машинного времени на ЭВМ, доступен широкому кругу пользователей.