

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ПЛОСКОЙ МОДЕЛИ НАЧАЛЬНОГО УЧАСТКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВИХРЕВОГО ТРАКТА С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА ANSYS**

Известно, что устройства на основе трактов с взаимно перекрещивающимися каналами существенно интенсифицируют процессы тепло- и массопереноса [1, 2]. Как показали экспериментальные исследования [3], они могут быть применены как смесительно-кавитирующие проточные тракты при решении ряда актуальных задач в энергомашиностроении.

С точки зрения гидродинамических процессов характер течения жидкости в цилиндрических вихревых трактах (ЦВТ) определяется числом  $Re$ , характеризуется нестационарным начальным (входным) участком, который, как правило, составляют три пояса скрещивания [4], и стабилизированным участком течения. Очевидно, что и процессы массообмена в ЦВТ зависят от характера течения (чисел  $Re$ ), они имеют также некий начальный участок, на котором происходят и полностью заканчиваются процессы смешения разнородных жидкостей. За ним следует стабилизированный участок смешения, на котором происходит перемешивание уже смешанных на начальном участке жидкостей. Очевидно, что с точки зрения решения практических задач стабилизированный участок смешения не представляет интереса. В общем случае начальный участок ЦВТ, определяющий протекание процессов смешения жидкостей, может не совпадать с начальным участком, характеризующим входные потери в ЦВТ, поэтому требуются специальные теоретические и экспериментальные исследования процессов смешения в ЦВТ.

Проведение экспериментальных исследований предусматривает применение плоской модели ЦВТ, проточная часть которой в целях обеспечения визуализации выполнена из прозрачного материала.

Для обоснования выбора геометрических характеристик проточной части модели были проведены теоретические исследования, целью которых было математическое моделирование процессов течения, что в свою очередь требует решения следующих вопросов:

- определение геометрической модели расчетной области и её имплантация в расчетную область математической модели;
- выбор алгоритма численных исследований;
- выбор модели турбулентности (характер течения в трактах - турбулентный);
- формулировка граничных условий.

Твердотельная модель одного из вариантов исследуемой области течения плоской модели ЦВТ показана на рис. 1.

Анализ проводился для различных углов скрещивания  $\psi$  – 30, 60, 90, 120 и 150 градусов при различных величинах перемычки (расстояния между каналами одной группы)  $\Delta$  – 1; 2,5 и 5 мм. Во всех случаях каналы имели полукруглую форму с эквивалентным диаметром 3,05 мм.

При анализе течения в различных схемах физической модели были приняты следующие основные характеристики и допущения:

С режим течения – установившийся;

– течение жидкости – стационарное, несжимаемое, турбулентное, адиабатическое, но не изотропное (силы вязкости учитываются);

– жидкая среда – вода (плотность  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ , коэффициент динамической вязкости (при  $20^\circ\text{C}$ )  $\mu = 1003 \cdot 10^{-6} \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$ );

– массовыми силами пренебрегаем.

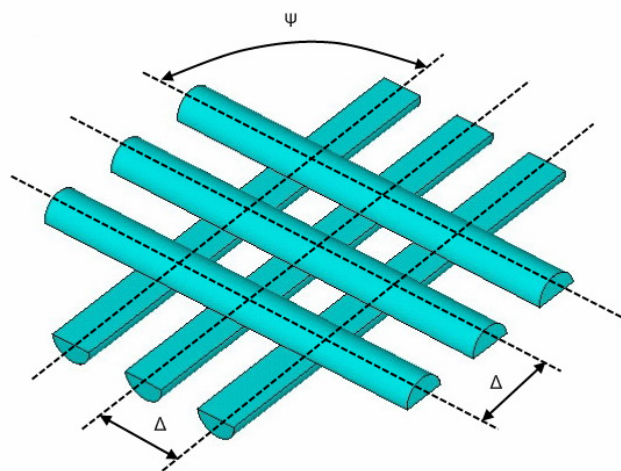


Рисунок 1 – Твердотельная модель исследуемой области течения ( $\psi = 90^\circ$ ,  $\Delta = 5 \text{ мм}$ )

При анализе используется стандартная модель  $k$ - $\varepsilon$  турбулентности – полуэмпирическая модель, применяемая при решении широкого спектра задач, связанных с течениями различных сред, основанная на модельных уравнениях переноса для кинетической энергии турбулентности  $k$  и скорости ее диссипации  $\varepsilon$ .

При использовании  $k$ - $\varepsilon$ -модели турбулентности математическая модель течения среды имеет вид

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho V_x V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_x V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_x V_z)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial V_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial V_x}{\partial z} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho V_x V_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_y V_z)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial V_y}{\partial z} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho V_x V_z)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y V_z)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z V_z)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial V_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial V_z}{\partial z} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho V_x k)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y k)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z k)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_t \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_t \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \mu_t \Phi - \rho \varepsilon, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho V_x \varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y \varepsilon)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z \varepsilon)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + C_{1\varepsilon} \mu_t \frac{\varepsilon}{k} \Phi - C_{2\rho} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (7)$$

При этом

$$\mu_e = \mu_t + \mu,$$

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon},$$

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right)^2 \right) \right],$$

где  $\rho$  – заданная плотность жидкости ( $\rho = \text{const}$ );  $V_x, V_y, V_z$  – проекции вектора скорости жидкости;  $p$  – давление в жидкости;  $\mu$  – заданная физическая (ламинарная) вязкость ( $\mu = \text{const}$ );  $\mu_t$  – турбулентная (вихревая) вязкость;  $\mu_e$  – эффективная вязкость;  $k$  – кинетическая энергия турбулентности, отнесенная к единице массы жидкости;  $\varepsilon$  – скорость диссипации кинетической энергии турбулентности в единице объема жидкости;  $C_\mu, C_{1\varepsilon}, C_{2\rho}, \sigma_\varepsilon$  – эмпирические константы  $k$ - $\varepsilon$ -модели,  $C_\mu = 0,09$ ,  $C_{1\varepsilon} = 1,44$ ,  $C_{2\rho} = 1,92$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,3$ . Эти значения определены из экспериментов с воздухом и водой для классических турбулентных сдвиговых течений, включающих в себя гомогенные сдвиговые течения и распад изотропной сеточной турбулентности. Они считаются пригодными для широкого класса свободных и ограниченных стенками сдвиговых течений.

Уравнения неразрывности (2), движения (3, 4, 5) и уравнения  $k$ - $\varepsilon$ -модели (6, 7) записаны в консервативном виде; неизвестными являются  $V_x, V_y, V_z, p, k, \varepsilon$ .

Граничными условиями для системы уравнений являются:

– для каждой из групп каналов задаются величины давлений на входе и выходе, т. е. есть задается общий перепад давления (при анализе перепад давления составлял 100000 Па);

– в соответствии с условиями прилипания, на всех твердых границах области течения (поверхности стенок каналов и поверхности перемычек) значения составляющих скорости  $V_x, V_y, V_z$  равны нули.

Дискретизация исходных дифференциальных уравнений в частных производных (1 – 6) производилась методом конечных объемов. Решение осуществлялось с использованием алгоритма Simplex. Данный алгоритм реализует проекционный метод решения уравнений динамики жидкости в варианте, разработанном группой Патанкара, и обладает

улучшенными показателями сходимости по сравнению с другими вариантами алгоритмов семейства Simple [5].

Решения отыскивались для областей, характеризующихся различными углами скрещивания каналов и величин перемычек. Расчетные области покрывались нерегулярной неравномерной расчетной сеткой, состоящей из ~15000 тетраэдральных ячеек. Один из вариантов расчетной области показан на рис. 2.

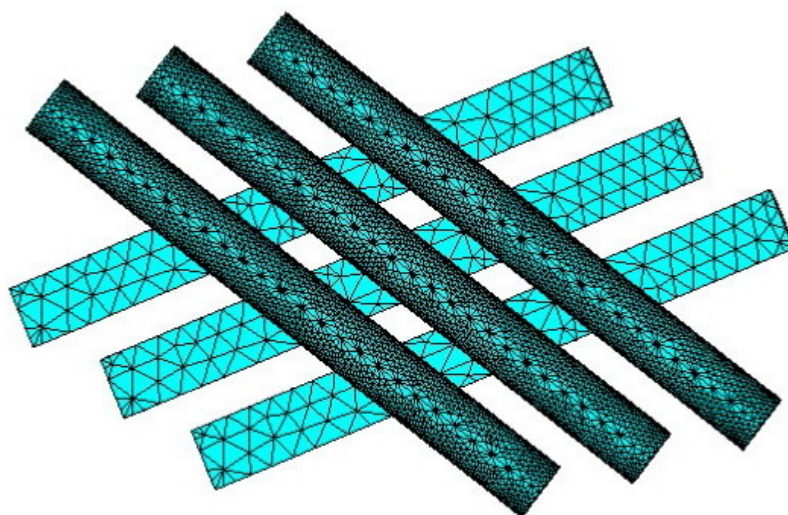


Рисунок 2 – Расчетная область  
( $\psi = 60^\circ$  или  $120^\circ$ ,  $\Delta = 2,5$  мм)

Как показал анализ, при росте величины перемычки нарушается равномерность распределения падения давления в области скрещивания и, как видно на рис. 3 – 7, при величине перемычки, равной ширине канала, наблюдается следующая картина – после падения давления в месте перекрытия каналов происходит его возрастание на перемычке. Это может быть объяснено тем, что после приобретения вращательного характера движения жидкости в ячейках (местах скрещивания каналов), что в свою очередь является причиной падения давления, поток стремится к перестраиванию и некоторой ламинаризации на перемычке. Данное утверждение не противоречит результатам, полученным в других работах, связанных с исследованием течений в ЦВТ.

Таким образом, вновь было показано, что для сохранения установившегося течения в трактах с взаимно перекрещивающимися каналами необходимо, чтобы перемычка была значительно меньше ширины проточного канала.

Кроме того, как видно на рис. 8 – 12, наиболее равномерное распределение давления по области скрещивания наблюдается при угле скрещивания  $\psi = 90^\circ$ .

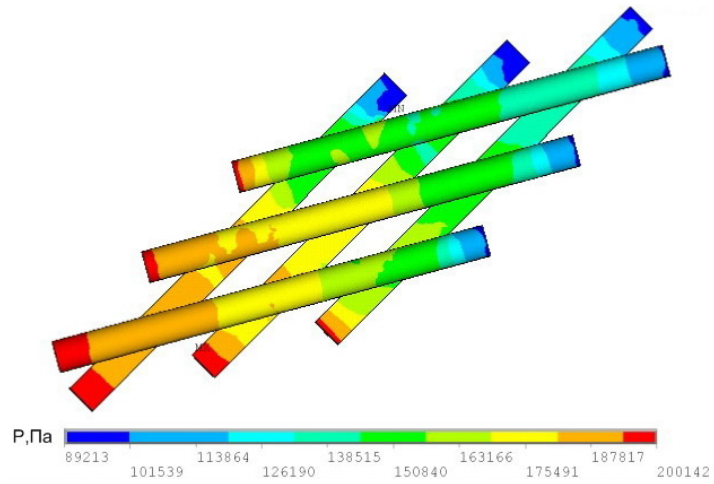


Рисунок 3 – Распределение давления ( $\psi = 30^\circ$ ,  $\Delta = 5$  мм)

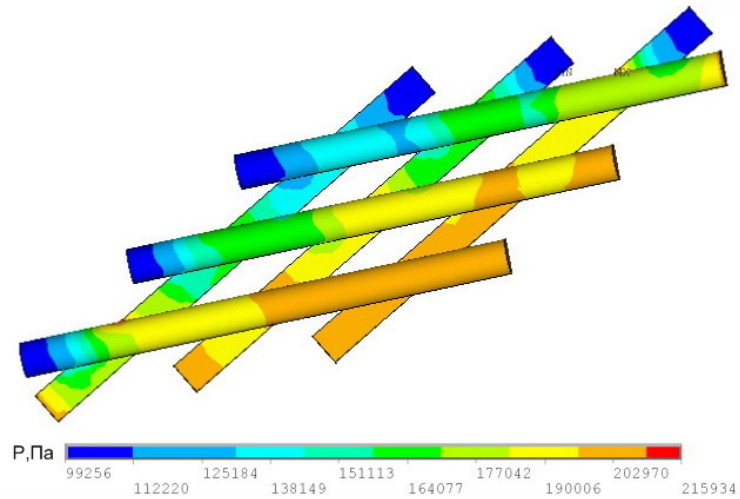


Рисунок 4 – Распределение давления ( $\psi = 150^\circ$ ,  $\Delta = 5$  мм)

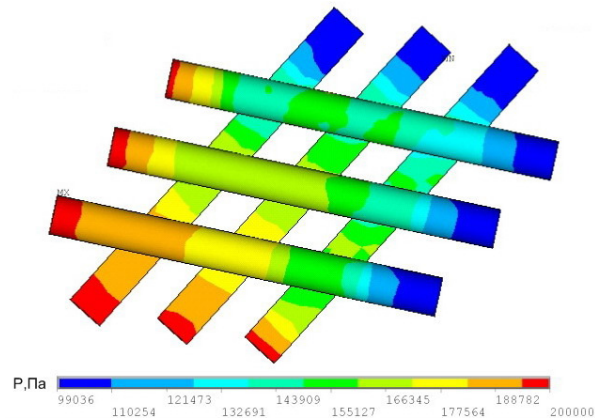


Рисунок 5 – Распределение давления ( $\psi = 60^\circ$ ,  $\Delta = 5$  мм)

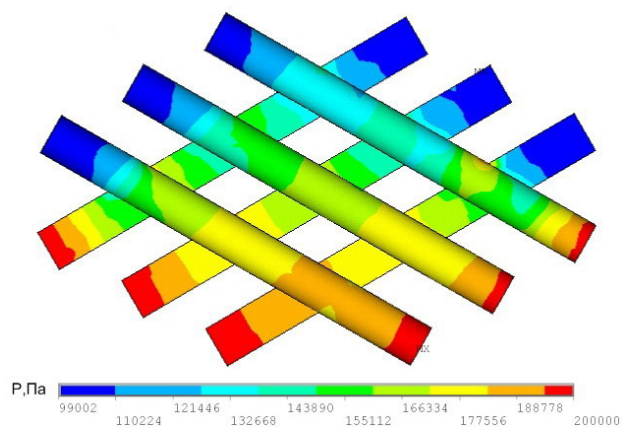


Рисунок 6 – Распределение давления ( $\psi = 120^\circ$ ,  $\Delta = 5$  мм)

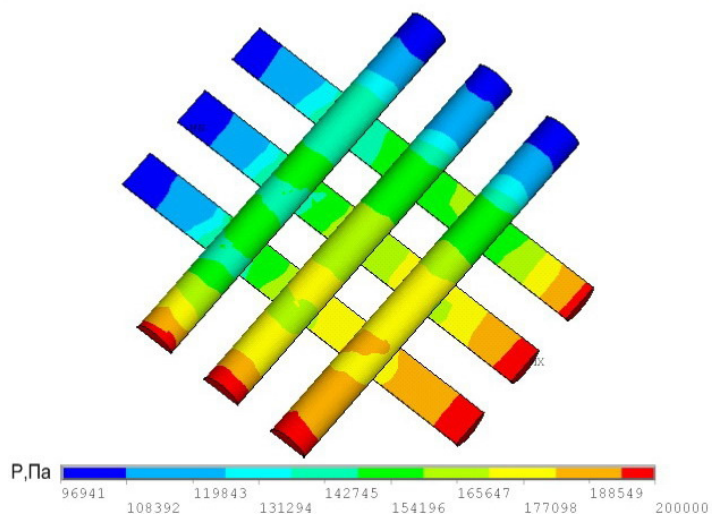


Рисунок 7 – Распределение давления ( $\psi = 90^\circ$ ,  $\Delta = 5$  мм)

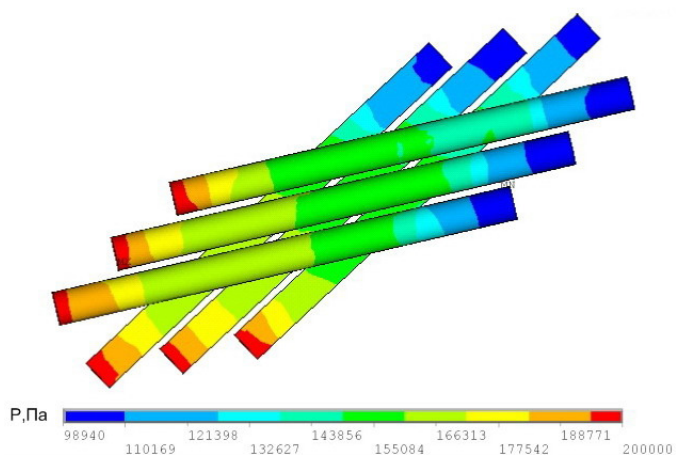


Рисунок 8 – Распределение давления ( $\psi = 30^\circ$ ,  $\Delta = 1$  мм)

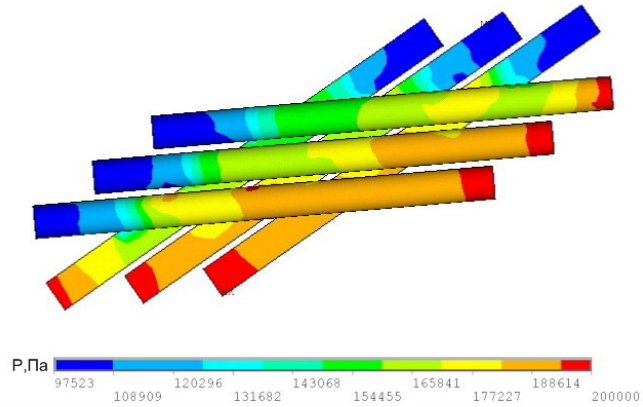


Рисунок 9 – Распределение давления ( $\psi = 150^\circ$ ,  $\Delta = 1$  мм)

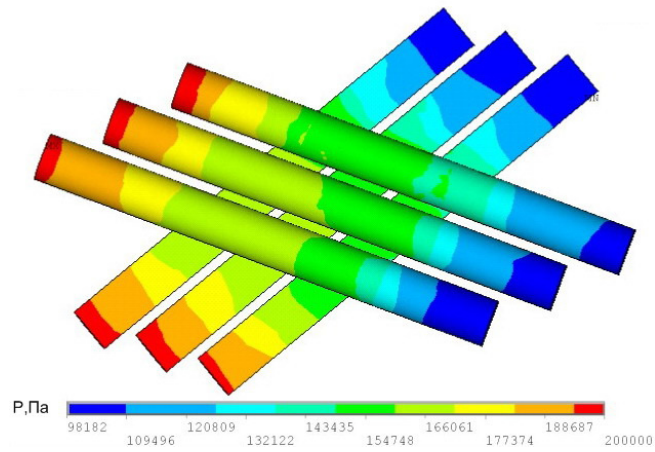


Рисунок 10 – Распределение давления ( $\psi = 60^\circ$ ,  $\Delta = 1$  мм)

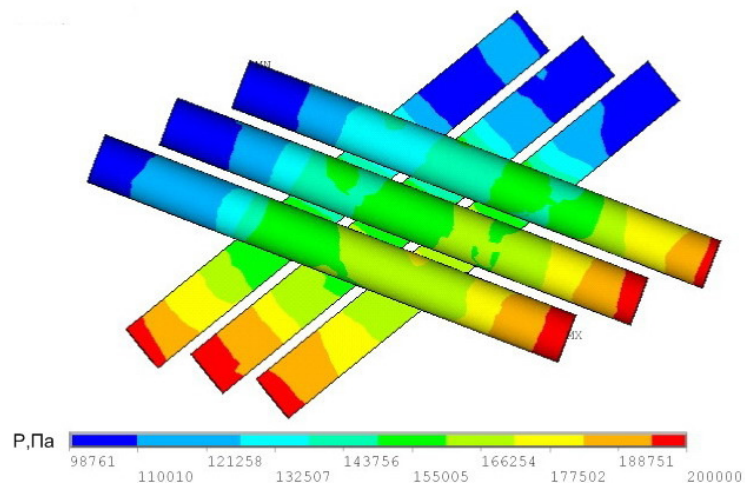


Рисунок 11 – Распределение давления ( $\psi = 120^\circ$ ,  $\Delta = 1$  мм)

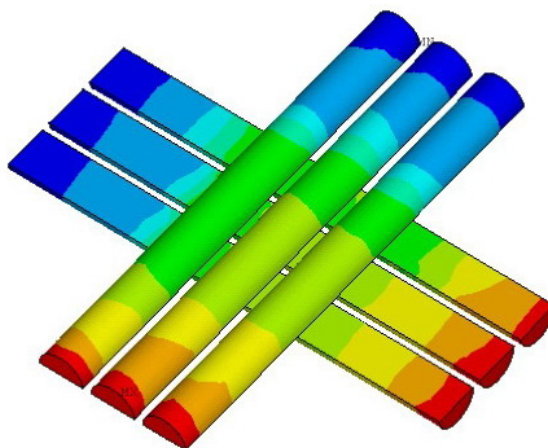


Рисунок 12 – Распределение давления ( $\psi = 90^\circ$ ,  $\Delta = 1$  мм)

В ходе анализа было также установлено, что именно при угле скрещивания  $\psi = 90^\circ$  и величине перемычки  $\Delta = 1$  мм формируется наиболее равномерное распределение скоростей потоков в каналах обеих групп. Так, например, как видно на рис. 13, при угле скрещивания  $\psi = 150^\circ$  в области скрещивания наблюдается падение скорости практически до нуля. Картина распределения скорости потока для варианта  $\psi = 90^\circ$ ,  $\Delta = 1$  мм, представлена на рис. 14.

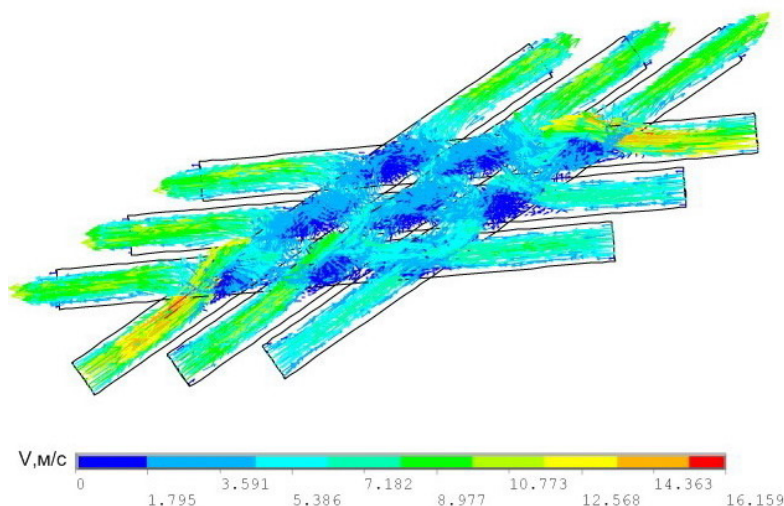


Рисунок 13 – Распределение скоростей ( $\psi = 150^\circ$ ,  $\Delta = 1$  мм)

Таким образом, в ходе анализа было показано, что течение в трактах с взаимно перекрещивающимися каналами является наиболее общим случаем канального течения жидкости и установлено, что дальнейшие экспериментальные исследования целесообразно проводить



для трактов с углом скрещивания  $\psi \sim 90^\circ$  и величиной перемычки, меньшей ширины канала, так как именно в этом случае формируются наиболее приемлемые условия для интенсификации процессов смешения.

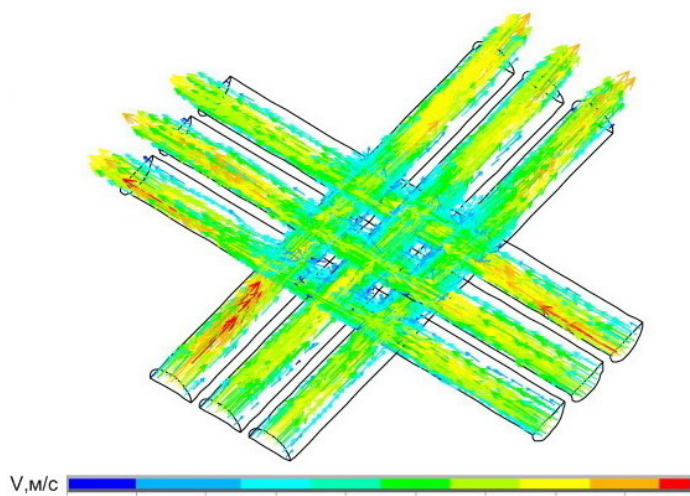


Рисунок 14 – Распределение скоростей ( $\psi = 90^\circ$ ,  $\Delta = 1$  мм)

#### Список использованных источников

1. Исследование характеристик пластинчатых поверхностей нагрева / А.Ф. Савостин, А.М. Тихонов // Теплоэнергетика. – 1970. – № 9. – С. 75 – 78.
2. Характеристики теплопередачи и гидравлического сопротивления теплообменных поверхностей со скошенными каналами и поверхностей из стеклокерамики / Говард (С. Р. Novard) // Энергетические машины и установки: Тр. амер. об-ва инженеров механиков (русский перевод). – 1965. – №1. – С. 85 – 101.
3. Исследование процессов массообмена в гидравлических трактах с взаимно перекрещивающимися каналами / А.М. Грушенко, А.Л. Кирьянчук // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – № 7(54). – С. 120 – 124.
4. Грушенко А.М. Определение потерь в цилиндрических вихревых трактах // Проблемы машиностроения. – К. 1987. – Вып. 28. – С 96 – 98.
5. Шабаров В.В. Применение системы ANSYS к решению гидрогазодинамических задач: Учеб.-метод. материалы по программе повышения квалификации «Информационные системы в математике и механике». – Нижегородский гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. – Нижний Новгород, 2006.

*Поступила в редакцию 10.03.09.*

*Рецензент: канд. техн. наук, доцент В.В. Чмовж,*

*Национальный аэрокосмический университет  
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков*