УДК 539.3 Ф.М. Гагауз, канд. техн. наук

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОСТРАНСТВЕННО-АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТОВ

В ближайшие десятилетия развитие авиационной и космической техники будет тесно связано с индустрией композиционных материалов (КМ). Последние достижения науки и техники в данной отрасли представлены КМ на основе мультиаксиальных тканей и пространственно-армированными композиционными материалами. Использование таких композитов в конструкциях летательных аппаратов позволяет помимо снижения трудоемкости их изготовления решить целый ряд специфических задач, связанных с конструированием изделий из КМ [1]:

- повысить межслоевую прочность;
- повысить качество изделий;
- изготавливать агрегаты со сложной конструктивно-силовой схемой за меньшее число технологических операций и др.

Появление новейших материалов в свою очередь обуславливает необходимость разработки методологически адекватных методик оценки их физико-механических характеристик (ФМХ), а также расчетных схем, используемых при анализе напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций.

С позиций механики деформируемого твердого тела [2] КМ, армированный по трем взаимно перпендикулярным направлениям, можно рассматривать как ортотропный материал. В этом случае НДС твердого тела, имеющего три плоскости упругой симметрии, описывается шестью уравнениями физического закона с девятью независимыми упругими постоянными: тремя модулями упругости E_1, E_2 и E_3, тремя коэффициентами Пуассона μ_{12}, μ_{23} и μ_{31} и тремя модулями сдвига G_{12}, G_{23} и G_{31}.

Существующие на сегодняшний день методики и средства экспериментального анализа деформативных свойств КМ [2, 3] позволяют с достаточной степенью точности определить только шесть упругих констант: модули упругости E_1, E_2, коэффициент Пуассона μ_{12}, модуль сдвига в плоскости G_{12} и модули на межслойный сдвиг G_{23} и G_{31}. Использование же аналитических методов при прогнозировании ФМХ КМ с пространственным армированием, с одной стороны, оказывается малоэффективным в вычислительном отношении, а с другой – достоверность полученных теоретическим путем результатов необходимо подтверждать экспериментальными данными. В связи с этим проблема разработки методики прогнозирования деформативных свойств композитов с учетом анизотропии ФМХ является актуальной задачей.

В данной статье описана методика численного эксперимента для оценки эффективных упругих констант КМ пространственного армирования, а также рассмотрен пример ее реализации на практике.

Предлагаемая методика численного эксперимента базируются на основных положениях теории эффективного модуля, основанной на выделении элементарной ячейки материала и дальнейшем решении краевой задачи линейной теории упругости. Зависимость между деформациями и напряжениями в механике деформируемого твердого тела определяется векторно-матричной записью

$$\{\varepsilon\}=[C]\{\sigma\}, \tag{1}$$

или в развернутом виде при совмещении координатных плоскостей растянутого твердого тела с плоскостями упругой симметрии материала:

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_z\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{E_1} & -\dfrac{\mu_{21}}{E_2} & -\dfrac{\mu_{31}}{E_3}\\ -\dfrac{\mu_{12}}{E_1} & \dfrac{1}{E_2} & -\dfrac{\mu_{32}}{E_3}\\ -\dfrac{\mu_{13}}{E_1} & -\dfrac{\mu_{23}}{E_2} & \dfrac{1}{E_3}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\end{Bmatrix}. \tag{2}$$

Здесь [C] – матрица податливости;

x, y, z – координатные оси элементарной ячейки КМ, ориентированные вдоль осей ортотропии материала 1, 2 и 3 соответственно.

В силу теоремы о существовании упругого потенциала для компонент матрицы податливости выполняется условие

$$\frac{\mu_{ij}}{E_i}=\frac{\mu_{ji}}{E_j}, \tag{3}$$

где $i \neq j$; $i, j = 1, 2, 3$.

В рамках механики деформируемого твердого тела решение краевой задачи линейной теории упругости возможно в двух различных постановках [2]:

1) задача в перемещениях, когда на соответствующих гранях твердого тела граничные условия заданы через перемещения (первая краевая задача в теории эффективного модуля соответствует случаю однородного деформированного состояния);

2) задача в напряжениях, когда на соответствующих гранях твердого тела граничные условия заданы через напряжения (вторая краевая задача в теории эффективного модуля соответствует случаю однородного напряженного состояния).

Необходимо отметить, что в общем случае для КМ эффективные упругие константы, которые являются решениями первой и второй краевых задач, будут существенно отличаться друг от друга. Это явление в механике армированных материалов получило название «вилки» Фойгта – Рейса [2], т.е. ограничения сверху и снизу на эффективные модули упругости композита. Как правило, величины эффективных модулей, полученных экспериментальным путем, лежат внутри области, определяемой «вилкой», причем в большинстве случаев средние экспериментальные показатели оказываются ближе к верхним границам расчетных значений. В ряде случаев, используя вариационный принцип Хашина – Штрикмана при решении краевой задачи линейной теории упругости, «вилку» Фойгта – Рейса можно сузить («вилка» Хашина – Штрикмана).

Тем не менее диапазон расчетных значений эффективных упругих модулей для большинства линейно-упругих композитов является довольно широким, что обуславливает необходимость применения более совершенных методик определения их жесткостных характеристик.

Работы [4, 5] посвящены разработке аналитических методов прогнозирования ФМХ пространственно-армированных КМ, базирующихся на структурной теории деформирования [6]. Суть данных методов заключается в декомпоновке реальной структуры композита на представительные элементы и использовании методов ориентационного усреднения жесткостных характеристик по известным упругим характеристикам компонентов, их объемному содержанию и распределению волокон по направлениям армирования. Верхние и нижние оценки жесткостных свойств композита определяются путем ориентационного усреднения компонентов тензора жесткости и тензора податливости однонаправленного композита, приведенного к выбранным осям элементарной ячейки КМ, с учетом относительного объемного содержания по каждому из направлений армирования. Применение данных методов связано с проведением большого количества вычислительных операций и требует разработки специальных программных средств для определения расчетных значений упругих характеристик пространственно-армированных КМ [7].

В работах [8, 9] рассмотрено применение метода конечных элементов (МКЭ) для прогнозирования ФМХ композитов заданной структуры. Данный подход, по мнению автора, является наиболее эффективным, во-первых, в вычислительном отношении, а во-вторых, использование МКЭ при анализе НДС элементарной ячейки материала позволит изучить процесс разрушения композита и, что немало важно, оценить его прочностные свойства.

В данной статье рассмотрен пример решения поставленной задачи для композита P3W-GE044/Derakane 8084, состоящего из одного слоя мультиаксиальной ткани. Армирующий материал P3W-GE044 является коммерческим продуктом фирмы 3TEX и представляет собой стеклоткань с поверхностной плотностью 3255 г/м^2. Ткань изготавливается из ровинга на основе Е-стекла (PPG Hybon 2022 E-Glass) и состоит из трех образующих слоев основы и четырех заполняющих слоев, прошитых вместе утком в трансверсальном направлении. Технические характеристики ткани приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Технические характеристики ткани P3W-GE044

Направление армирования	Основа	Заполнитель	Уток
Тип волокон	ровинг Е-стекло	ровинг Е-стекло	ровинг Е-стекло
Количество слоев	3	4	–
Линейная плотность, текс	2275/1100 *	1470	276
Содержание пряжи, количество нитей на 1 см слоя	2,76	2,64	2,76
Объемное содержание, %	49,3	49,0	1,7
Толщина ткани, мм	2,54		
Поверхностная плотность, г/м^2	3255		
Примечание. * Слева от разделителя указана линейная плотность нитей основы во внешних слоях, справа – линейная плотность нитей основы во внутреннем слое.			

Расчетная модель представительного элемента КМ с пространственным плетением должна учитывать свойства компонентов материала, их объемное содержание, а также архитектуру пространственного каркаса, которая определяется технологическими параметрами плетения (количество основных и заполняющих слоев, плотность укладки нитей, тип интерлока и т.д.). Помимо этого в представительном элементе композита должны быть отражены все особенности структуры материала, определяющие его деформативные свойства в целом. Исходя из этого элементарная ячейка ткани с описанной выше архитектурой должна включать в себя два ряда слоевых нитей основы, два ряда заполняющих нитей и два ряда утка. При выборе координатных осей элементарной ячейки за направление оси X было принято направление слоевых нитей ткани, направление оси Y перпендикулярно к оси X и совпадает с направлением заполняющих нитей основы, а ось Z направлена перпендикулярно к поверхности ткани.

Исходные параметры (площадь поперечного сечения нитей и расстояние между их центрами), необходимые для построения геометрической модели элементарной ячейки ткани, определяются исходя из заданных параметров – линейной плотности нитей и плотности укладки по основе и утку.

С учетом заданных технологических параметров плетения (см. табл. 1) размеры элементарной ячейки данной ткани составляют 7,576 мм вдоль оси X, 7,247 мм вдоль оси Y и 2,54 мм вдоль оси Z.

Предполагая идеальную гексагональную упаковку волокон в комплексной нити, ее условную площадь поперечного сечения можно определить по формуле

$$S = \frac{T}{\rho k_f} мм^2, \quad (4)$$

где Т – линейная плотность комплексной нити, текс;

ρ – плотность материала нити, кг/м^3;

k_f – степень объемного заполнения нити, которая при гексагональной упаковке волокон определяется соотношением

$$k_f = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 0{,}907. \quad (5)$$

Фактически эта величина оказывается намного ниже и зависит от многих факторов, в частности от диаметра элементарного волокна, формы поперечного сечения, материала волокна, величины крутки и др. Так, реально достигаемая степень объемного заполнения для стеклянных и кварцевых нитей не превышает 0,80…0,86, а для углеграфитовых нитей – 0,60…0,66 [10].

При построении расчетной модели элементарной ячейки в качестве дополнительных геометрических допущений задавался тип поперечного сечения пряжи: для слоевых и заполняющих нитей – шестиугольное поперечное сечение; для нитей утка – прямоугольное поперечное сечение.

Геометрическая модель элементарной ячейки 3D-армированной ткани приведена на рис. 1.

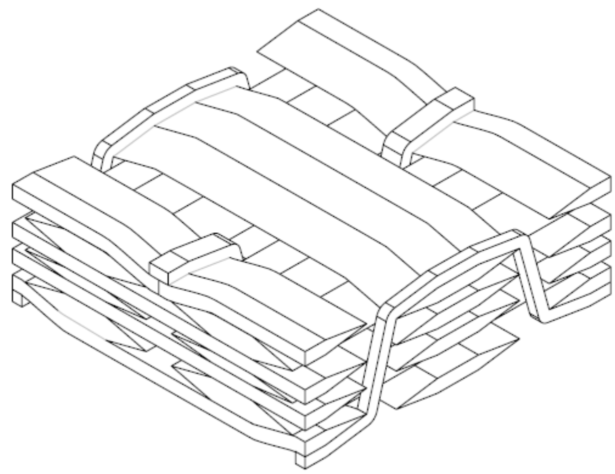

Рисунок 1 – Геометрическая модель элементарной ячейки ткани

Расчетная модель элементарной ячейки композита в виде системы тетрагональных конечных элементов изображена на рис. 2.

Поскольку степень заполнения слоевых и заполняющих нитей и утка связующим в общем случае для данного композита может отличаться, то объект исследования будет представлять собой неоднородное твердое тело (рис. 2, а), жесткостные свойства которого будут определяться ФМХ образующих его пяти компонентов:

1) внешние слоевые нити, пропитанные связующим (рис. 2, д);
2) внутренние слоевые нити, пропитанные связующим (рис. 2, г);
3) заполняющие нити основы, пропитанные связующим (рис. 2, б);
4) нити утка, пропитанные связующим (рис. 2, в);
5) чистое связующее (изотропный материал).

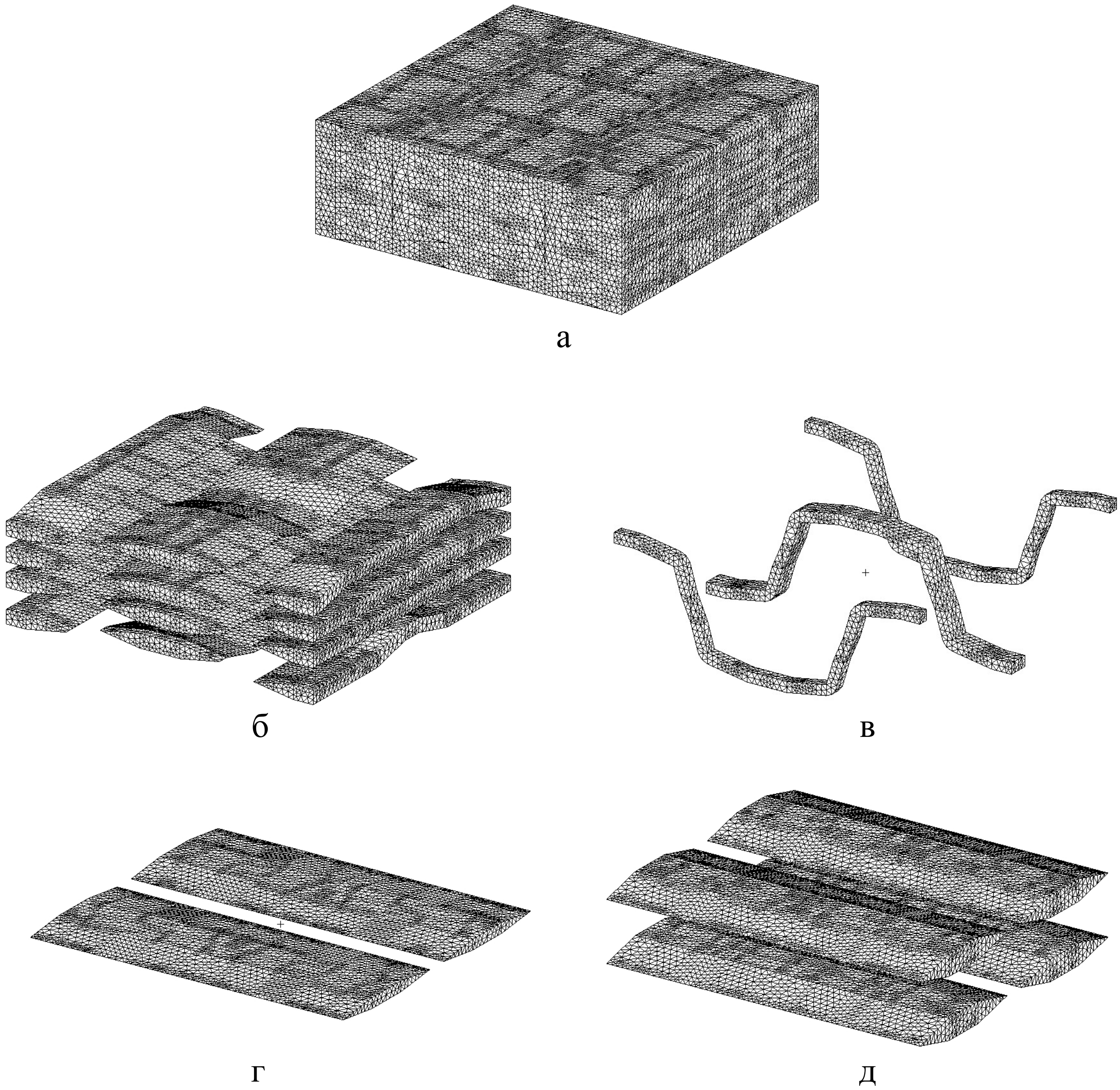

Рисунок 2 – Конечно-элементная модель элементарной ячейки КМ

В свою очередь, материал нитей основы и утка, пропитанных связующим, можно трактовать как трансверсально-изотропный материал, ФМХ которого определяются по известным зависимостям микромеханики КМ в зависимости от степени объемного заполнения нитей.

В данной работе упругие характеристики пропитанных связующим нитей по каждому из направлений армирования принимались одинаковыми. Расчетные значения осредненных упругих характеристик однонаправленного КМ приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Осредненные физико-механические характеристики нитей, пропитанных связующим

Параметр	Связующее Derakane 8084	E-стекло	Однонаправленный КМ $k_f = 0{,}907$
E_1, ГПа	2,90	72,50	66,020
E_2, E_3, ГПа	–	–	33,808
μ_{12}	0,35	0,23	0,241
μ_{23}	–	–	0,262
μ_{31}	–	–	0,123
G_{12}, G_{31}, ГПа	1,07	30,0	13,133
G_{23}, ГПа	–	–	8,554

Для определения расчетных значений упругих характеристик исследуемого КМ необходимо рассмотреть три различные краевые задачи, при которых создаются достаточно легко контролируемые виды НДС элементарной ячейки:

1) растяжение вдоль оси x для определения эффективного модуля упругости E_1 и коэффициентов Пуассона μ_{12}, μ_{13};

2) растяжение вдоль оси y для определения эффективного модуля упругости E_2 и коэффициентов Пуассона μ_{21}, μ_{23};

3) растяжение вдоль оси z для определения эффективного модуля упругости E_3 и коэффициентов Пуассона μ_{31}, μ_{32}.

Результаты решения краевых задач теории упругости для элементарной ячейки КМ при различных граничных условиях приведены в табл. 3, 4.

Таблица 3 – Компоненты НДС элементарной ячейки КМ. Граничные условия в перемещениях

Параметр	Растяжение вдоль оси X	Растяжение вдоль оси Y	Растяжение вдоль оси Z
u_x, м	$1{,}0 \cdot 10^{-4}$	$-1{,}40 \cdot 10^{-5}$	$-2{,}51 \cdot 10^{-5}$
u_y, м	$-1{,}32 \cdot 10^{-5}$	$1{,}0 \cdot 10^{-4}$	$-2{,}66 \cdot 10^{-5}$
u_z, м	$-1{,}08 \cdot 10^{-5}$	$-1{,}10 \cdot 10^{-5}$	$1{,}0 \cdot 10^{-4}$
σ_x, МПа	493,82	0,99 *	21,19 *
σ_y, МПа	-1,40 *	637,44	2,65 *
σ_z, МПа	0,28 *	0,01 *	487,62
Примечание. * При определении упругих констант по формулам (2) значение принимается равным 0.			

Таблица 4 – Компоненты НДС элементарной ячейки КМ. Граничные условия в напряжениях

Параметр	Растяжение вдоль оси X	Растяжение вдоль оси Y	Растяжение вдоль оси Z
u_x, м	$2{,}12 \cdot 10^{-8}$	$-2{,}69 \cdot 10^{-9}$	$-4{,}21 \cdot 10^{-9}$
u_y, м	$-2{,}61 \cdot 10^{-9}$	$2{,}18 \cdot 10^{-8}$	$-4{,}85 \cdot 10^{-9}$
u_z, м	$-2{,}20 \cdot 10^{-9}$	$-2{,}58 \cdot 10^{-9}$	$2{,}22 \cdot 10^{-8}$
σ_x, кПа	104,84	0,20 *	3,16 *
σ_y, кПа	-0,32 *	107,51	0,42 *
σ_z, кПа	0,01 *	-0,04 *	71,81
Примечание. * При определении упругих констант по формулам (2) значение принимается равным 0.			

Расчетные значения упругих характеристик пространственно-армированного КМ, определяемые при решении системы уравнений (2), (3) относительно неизвестных E_i, μ_{ij}, μ_{ik}, приведены в табл. 5.

Таблица 5 – Результаты численного и натурного экспериментов

Параметр	Расчет МКЭ		Натурный эксперимент *
	Граничная задача в напряжениях	Граничная задача в перемещениях	
E_1, ГПа	19,46	23,77	24,3 ± 1,20
E_2, ГПа	17,24	23,10	25,1 ± 2,34
E_3, ГПа	4,16	6,19	н/д
μ_{12}	0,129	0,138	0,141 ± 0,071
μ_{23}	0,337	0,314	н/д
μ_{31}	0,063	0,084	н/д
Примечание. * Результаты испытаний фирмы 3TEX на девяти образцах композита [1, 9].			

Анализ расчетных и экспериментальных значений упругих констант КМ с пространственным армированием позволяет сформулировать вывод о том, что наиболее достоверным при прогнозировании его жесткостных свойств является допущение об однородном деформированном состоянии. В этом случае значения эффективных модулей E_1, E_2 и коэффициента Пуассона μ_{12}, полученные МКЭ, совпадают со средними экспериментальными данными с учетом разброса этих характеристик.

В ХАИ планируется провести ряд экспериментов по определению ФМХ пространственно армированных КМ на основе углеродных волокон, что даст необходимую базу для дальнейших исследований.

Список использованных источников

1. 3TEX Engineered Fiber Products. 3D Woven Carbon-Glass Hybrid Wind Turbine Blades / Mansour Mohamed // Wind Turbine Blade Workshop, Feb. 24 – 25, 2004. – Albuquerque, New Mexico [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.sandia.gov/wind/2004BladeWorkshopPDFs/MansourMohamed.pdf – Загл. с экрана.

2. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов / Б.Е. Победря. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с.

3. Арнаутов А.К. Перспективные методы испытаний пространственно-армированных композитов на сдвиг / А.К. Арнаутов // Механика композитных материалов. – 1990. – №5 – С. 891 – 898.

4. Крегерс А.Ф. Определение деформативности пространственно-армированных композитов методом усреднения жесткостей / А.Ф. Крегерс, Ю.Г. Мелбардис // Механика полимеров. – 1978. – №1. – С. 3 – 8.

5. Мунгалов Д.Д. Определение деформативных свойств пространственно-плетенного композитного материала / Д.Д. Мунгалов, А.Ф. Крегерс // Механика композитных материалов. – 1990. – №5. – С. 795 – 802.

6. Крегерс А.Ф. Структурная модель деформирования анизотропных пространственно-армированных композитов / А.Ф. Крегерс, Г.А. Тетерс // Механика композитных материалов. – 1982. – №1. – С. 14 – 22.

7. Крегерс А.Ф. Программа вычисления деформационных свойств гибридного композита, армированного пространственно-криволинейной анизотропной арматурой / А.Ф. Крегерс, Ю.Г. Мелбардис, Э.З. Плуме // Алгоритмы и программы. – 1983. – №1(52). – С. 33.

8. Lomov S.V. Predictive analyses and experimental validations of effective elastic properties of 2D and 3D woven composites / S.V. Lomov, D.S. Ivanov, I. Verpoest [Электронный ресурс] // Composites for sustainable progress: Mater. of 13th European Conference on Composite Materials, June 2 – 5, 2008. – Stockholm, Sweden. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. – Название с контейнера.

9. Bogdanovich A.E. Multi-scale modeling, stress and failure analyses of 3-D woven composites / A.E. Bogdanovich // Journal of Materials Science. – 2006. – №41(20). – P. 6547 – 6590.

10. Цельнотканые каркасы для пространственного армирования / А.М. Толкс, И.А. Репелис, М.П. Гайлите, В.А. Канцевич // Механика композитных материалов. – 1986. – №5. – С. 795 – 799.

Поступила в редакцию 28.04.09.
Рецензент: д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков