УДК 539.3.534.1 С.И. Весельский, канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОДКРЕПЛЕНИЯ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПАНЕЛИ, ВЫЗВАННОЕ ЛОКАЛЬНЫМИ НАГРУЗКАМИ. СООБЩЕНИЕ 1

Введение

Решение задачи получено в работе [1][*]. Ниже приведена краткая сводка результатов этой работы, приведенных к виду, удобному для вычислений. Разрешающая функция продольного перемещения $U(x, y)$ определяется формулой

$$U(x,y) = -\frac{2P_k}{E_x h_x}\left(\frac{\bar{l}-x}{2(1+\mu)} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n Д_n e^{-\lambda_n x}\cos\lambda_n y\right), \qquad (1)$$

$$0 \le x \le \bar{l} = \frac{l}{kb}, \quad -1 \le y \le 1,$$

где x, y – безразмерные координаты точек панели, связанные с размерными x_0, y_0 по формулам $kbx = x_0$, $by = y_0$;

$l, 2b$ – размеры панели в плане;

2P – действующая сосредоточенная сила, приложенная при $x = 0$, $y = 0$ и направленная в сторону, противоположную оси OX, либо равнодействующая равномерно распределенной на отрезке $(-a, a)$ оси oy$_0$ ($(-\alpha, \alpha)$ оси oy, $\alpha = \dfrac{a}{b}$) погонной нагрузки $q = \dfrac{P}{a}$;

E_x, h_x – модуль упругости материала обшивки и приведенная толщина обшивки, работающей на нормальные (σ_x) напряжения; если панель регулярно подкреплена в направлении оси ох одномерными элементами с площадью поперечного сечения f_x с шагом t_x, то $h_x = h + \dfrac{f_x}{t_x}$;

h – толщина обшивки панели; k, μ – безразмерные параметры:

---

[*]Халилов С.А. Передача направленной по полету локальной нагрузки на крыльевую панель. Модель второго уровня / С.А. Халилов, С.И. Весельский, О.В. Макаров // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. :сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 44. – Х., 2009. – С.80–92.

$$k^2=\frac{E_x h_x}{Gh}, \qquad \mu=\frac{EF}{E_x h_x b}.$$

Здесь G – модуль сдвига материала обшивки; *EF* – жесткость на растяжение-сжатие стержней, подкрепляющих пластину при $y=\pm 1$;
λ_n – корни характеристического уравнения

$$tg\lambda_n+\mu\,\lambda_n=0; \tag{2}$$

коэффициенты a_n, $Д_n$ определяются формулами:

$$a_n=\begin{cases}1 & \textit{– действует сосредоточенная сила},\\ \dfrac{\sin\lambda_n\alpha}{\lambda_n\alpha} & \textit{– действует рапределенная нагрузка};\end{cases} \tag{3}$$

$$Д_n=\frac{1+\mu^2\lambda_n^2}{1+\mu+\mu^2\lambda_n^2}\cdot\frac{1}{\lambda_n\left(1+\rho\lambda_n^3\right)}. \tag{4}$$

Здесь безразмерный параметр ρ характеризует изгибную жесткость $E_0 I_0$ краевой балки (пояса лонжерона):

$$\rho=\frac{E_0 I_0}{Kb^3 Gh}=\frac{E_0 I_0}{b^3\sqrt{E_x h_x Gh}}.$$

Решение (1) в силу симметрии системы и нагружения симметрично по переменной y, поэтому все дальнейшие вычисления даны при y>0.

Компоненты напряженного состояния элементов панели определяются формулами

$$T(x,y)=\sigma_x h_x=\frac{E_x h_x}{Kb}\cdot\frac{\partial U}{\partial x};$$

$$S(x,y)=\tau\,h=\frac{Gh}{b}\cdot\frac{\partial U}{\partial y}; \tag{5}$$

$$R(x,y)=\sigma_y h_1=\frac{Gh}{Kb}\left(\left.\frac{\partial U}{\partial x}\right|_{y=1}-\frac{\partial U}{\partial x}\right), \qquad \frac{h_1}{h}=\frac{h_1}{h}\frac{1}{k^2}\left(T_{y=1}-T_{xy}\right),$$

$h_1=h+\dfrac{f_c}{t_c}$ (f_c, t_c – площадь сечения и шаг стрингера);

$$N(x)=\frac{EF}{Kb}\quad\left.\frac{\partial U}{\partial x}\right|_{y=1}; \tag{6}$$

$$M_0(y)=\frac{E_0 I_0}{b^2}\quad\left.\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right|_{x=0};$$

$$Q_0(y) = -\frac{E_0 I_0}{b^3} \left. \frac{\partial^3 U}{\partial y^3} \right|_{x=0}; \tag{7}$$

$$N_0(y) = b\int_0^1 S(x=0,\,y)dy - b\int_0^y S(x=0,\,z)dz.$$

Из формулы (5) определяются компоненты напряженного состояния обшивки панели, по формуле (6) находят усилие растяжения - сжатия в стержневых элементах (поясах нервюр). Напряженное состояние краевой балки получим из (7); в стрингерах напряжения определяются по формуле

$$\sigma_{стр} = \frac{E_{стр}}{E_{обш}} \left(\frac{R}{h_1} - \nu \frac{T}{hx} \right) \Bigg|_{x = x_{стр}}, \tag{8}$$

где ν – коэффициент Пуассона материала обшивки.

Изгибающий момент $M_0(y)$ и перерезывающую силу $Q_0(y)$ в краевой балке удобнее определять по следующим формулам:

а) действует распределенная нагрузка $q = \frac{P}{a}$:

$$M_0(y) = \overline{M}_0 + \frac{qy^2b^2}{2} - b^2\int_0^y T(x=0,\,S)(y-S)dS, \qquad 0 \le y \le \alpha; \tag{9}$$

$$M_0(y) = \overline{M}_0 + q\alpha b^2\left(y - \frac{\alpha}{2}\right) - b^2\int_0^y T(x=0,\,S)(y-S)dS, \alpha \le y \le 1;$$

$$\overline{M}_0 = \frac{qa^2}{2} - N(0)b - b^2\int_0^1 T(x=0,\,y)ydy; \quad Q(y) = -\frac{1}{b}M_0'(y);$$

б) действует сосредоточенная сила 2Р:

$$M_0(y) = \overline{M}_0 + Pby - b^2\int_0^y (y-S)T(x=0,\,S)dS;$$

$$\overline{M}_0 = -N(0)b - b^2\int_0^1 T(x=0,\,y)ydy; \tag{10}$$

$$Q_0(y) = -\frac{1}{b}M_0'(y),\ 0 \le y \le 1.$$

Из приведенных формул видно, что напряженно-деформированное состояние системы управляется тремя параметрами: K, ρ, μ (в случае действия распределенной нагрузки добавляется еще параметр α). Основными являются параметры ρ и μ.

1. Влияние на напряженное состояние панели изгибной жесткости краевой балки

Краевая балка, являясь "буферным" элементом, служит некоторым распределителем нагрузки между элементами системы. При $\rho = 0$ (краевая балка отсутствует) передача нагрузки осуществляется обшивкой, при $\rho = \infty$ (абсолютно жесткое тело) имеет место мгновенное включение в работу обшивки и стержней – это наиболее благоприятный случай. При исследовании влияния на НДС панели параметров ρ и μ в качестве основной принята панель реального изделия с параметрами (рис. 1) l = 1800 мм, 2b = 585 мм, 2a = 160 мм, h = 4 мм.

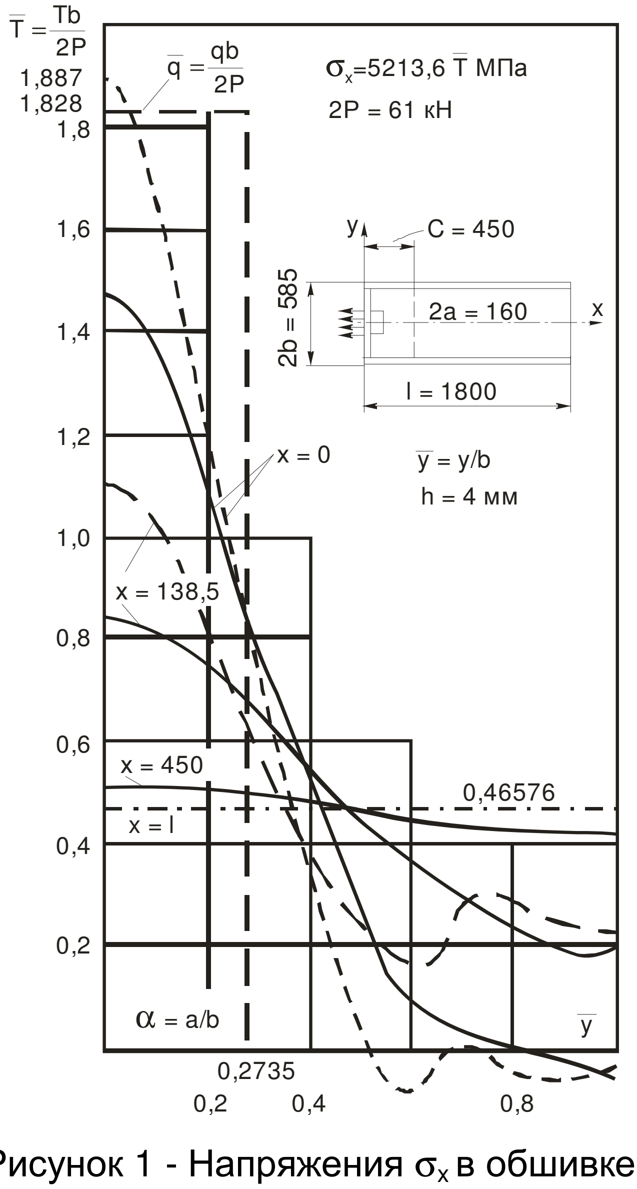

Рисунок 1 - Напряжения σ_x в обшивке:
при x = 138,5 расположен 1 стрингер, при x = 450 – стыковка панелей,

$$\sigma_{x\max}^{(g)} = 7640\,МПа;\ \sigma_{x\max}^{(p)} = 9840\,МПа,$$

(- - -) – при действии сосредоточенной силы

Панель в направлении оси oy подкреплена 12 стрингерами типа $\perp$ с размерами сечения 55×4+14×12 (здесь и далее на втором месте даны размеры свободной полки или стенки); краевой стержень (пояс нервюры) – уголок 20×2+25×2; краевая балка (пояс лонжерона) – уголок 61×7+56×6; 2P = 61 кН; при x_0 = 138,5 мм расположен первый стрингер; при x_0 = 450 мм происходит стыковка панелей. Для данной панели исходные параметры таковы: $\rho = 0{,}007$; $\mu = 0{,}0735$; $K^2 = 2{,}6 = 2(1+\nu)$, где $\nu = 0{,}3$ – коэффициент Пуассона, $\alpha = 0{,}2735$ (при действии сосредоточенной силы $\alpha \to 0$). Напряженно-деформированное состояние при этих данных можно оценить по графикам, показанным на рис. 1 – 5.

На рис. 1 изображены графики изменения напряжения σ_x (основного) в обшивке при x = 0 (сразу за краевой балкой), x_o = 138,5 (в месте расположения первого стрингера) и при x_o = 450 (в месте стыковки панелей); графики, соответствующие действию распределенной нагрузки, показаны сплошными линиями; при сосредоточенной нагрузке – пунктирными; величина $\overline{\overline{T}}$ = 0,46576 (штрихпунктирная линия) соответствует балочному решению, получающемуся при $\rho = \infty$. На этом же графике для сравнения приведена распределенная нагрузка с интенсивностью $\overline{q} = \dfrac{qb}{2P} = 1{,}828$. На отрицательные значения $\overline{y} = \dfrac{y}{b}$ графики продолжаются симметрично.

Распределенная нагрузка передается через "язык", конструкция которого может (и должна) иметь значительные усиления, поэтому следует сравнивать напряжения в зоне краевой балки с напряжениями, которые наблюдаются в сечениях "языка", если бы он имел толщину стенки, равную толщине основного полотна. Тогда, как видно из графика (x = 0, сплошная линия), $\dfrac{\overline{q}}{\overline{\overline{T}}_{(\overline{y}=0)}} = \dfrac{1{,}828}{1{,}46} = 1{,}25$, т.е. благодаря краевой балке максимальная интенсивность напряжения σ_x уменьшается в 1,25 раза по сравнению с приложенным. Однако локальный характер нагрузки приводит к резко выраженным пиковым напряжениям, их отношение к выровненным значениям (при $\rho = \infty$) равно коэффициенту концентрации напряжений γ. В рассматриваемом случае имеем $\gamma = \dfrac{1{,}46}{0{,}4658} = 3{,}13$. В зоне стыковки панелей (x_0 = 450 мм) происходит выравнивание напряжений, т.е. повышенной концентрацией напряжений охвачена часть панели с относительной длиной, равной $\dfrac{450}{1800} = \dfrac{1}{4}$.

При действии сосредоточенной силы по теории в точке приложения силы получаются неограниченные напряжения. Наличие на краю "буферного" элемента в виде балки приводит к ограниченным напряжениям, хотя со значительным коэффициентом концентрации

$$\gamma = \frac{1{,}887}{0{,}4658} = 4{,}05.$$

Максимальные значения напряжений при 2P = 61 кН при действии распределенной и сосредоточенной нагрузок в зоне краевой балки равны соответственно 7640 и 9840 МПа.

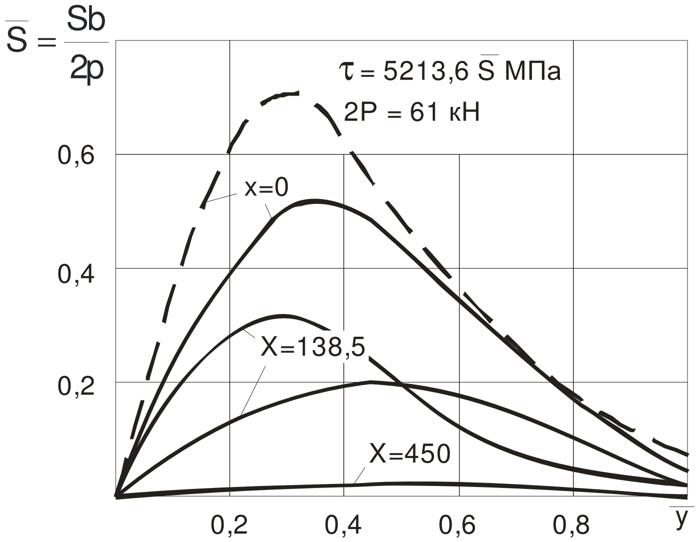

Рисунок 2 – Напряжения τ в обшивке:
при x = 138,5 расположен 1 стрингер, при x = 450 – стыковка панелей,

$$\tau^{q}_{\max} = 2700\,МПа;\ \tau^{P}_{\max} = 3700\,МПа;$$

(- - -) – при действии сосредоточенной силы

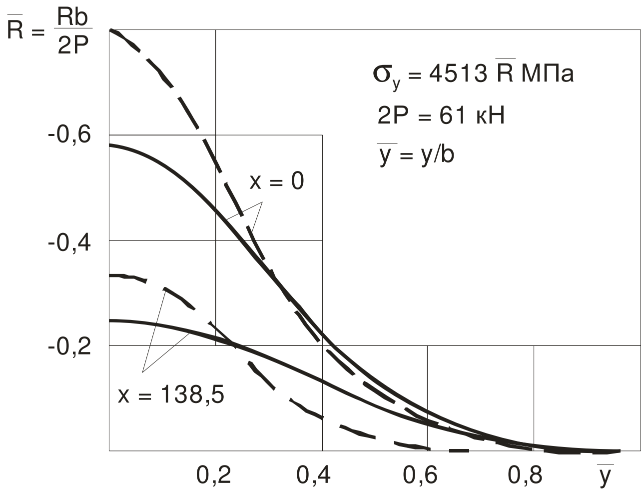

Рисунок 3 - Напряжения σ_y в обшивке:

$$\sigma^{(q)}_{\min} = 2640\,МПа; \qquad \sigma^{(p)}_{y\,\min} = -3610\,МПа$$

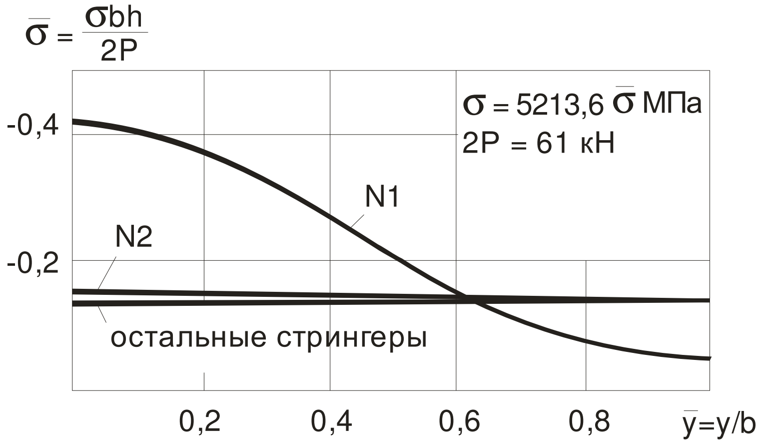

Рисунок 4 - Напряжения в стрингерах:
$\sigma^{\mathrm{I}}_{\min} = -2200\,МПа$, $\sigma^{\mathrm{II}}_{\min} = -810\,МПа$, $\sigma = -730\,МПа$ – остальные стрингеры

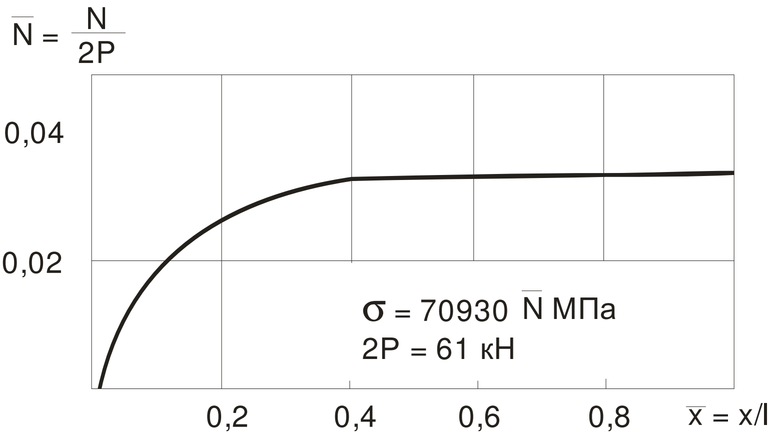

Рисунок 5 - Напряжения в поясах нервюр: $\sigma_{\max} = 2430\,МПа$

На рис. 2 показаны графики изменения по ширине панели касательных напряжений при различных значениях x (на отрицательные значения y, эти графики продолжаются кососимметрично).

Ординаты максимумов кривых при малых значениях x располагаются примерно на трети полуширины пластины от ее оси симметрии, причем при действии сосредоточенной силы указанный максимум достигается раньше, чем при действии распределенной нагрузки. При $\bar{y} = 0{,}3$ имеем $\dfrac{\tau_{\max}(P)}{\tau_{\max}(q)} = \dfrac{370}{271} = 1{,}365$. При x_0 = 450 мм касательные напряжения практически обращаются в нуль.

Распределение по ширине панели нормальных напряжений σ_y показано на рис. 3. Уровни напряжений σ_y и τ совпадают, их максимальные значения от соответствующих значений напряжений σ_x составляют около 35…40%, что следует принимать во внимание при оценке прочности панели. При $x_0 = 450$ мм напряжения σ_y практически отсутствуют.

На рис. 4 показано изменение нормальных напряжений по длине стрингеров, а на рис. 5 – по длине поясов нервюр. Как видно из приведенных графиков, уровни этих напряжений невелики. Это объясняется тем, что при изменении x от нуля до x_1 (координата расположения первого стрингера) уровень напряжений, а следовательно, и деформаций, падает почти вдвое. Нервюры же включаются в работу полностью вместе с обшивкой, которая и принимает на себя значительную часть нагрузки.

Анализ влияния параметра ρ на НДС панели начнем с графиков, показанных на рис. 6 и соответствующих распределенной нагрузке. График при $\rho = 0{,}007$ соответствует реальной панели. При $\rho = 0$ должно иметь место равенство $\overline{T} = \overline{q}$, но поскольку вычисления проводились с учетом конечного числа членов в рядах типа (1), то полученное решение является точным в пределах рассматриваемой модели для нагрузки, среднее значение которой приближенно равно постоянной $\overline{q}$ на всем интервале изменения переменной y, что хорошо видно из кривой, соответствующей $\rho = 0$. Кроме того, следует отметить значительное влияние параметра ρ, если предположить, что величины $\rho \gg 0{,}01 \approx 0{,}007$ реальны. На самом деле это не так, поскольку, если мы хотим добиться более или менее равномерного распределения нормальных напряжений, например, такого, как при $\rho = 0{,}1$, то окажется, что для этого необходимо увеличить изгибную жесткость реальной балки $\rho = 0{,}007$ в $\dfrac{0{,}1}{0{,}007} = 14$ раз, что может оказаться неприемлемым. Поскольку речь идет о поясе лонжерона, то такое увеличение, очевидно, допустить нельзя. Таким образом, отмечая необходимость учета работы краевой балки на изгиб, в то же время необходимо подчеркнуть, что управлять процессом передачи нагрузки путем изменения в реальных пределах параметра ρ не представляется возможным. С не очень существенной погрешностью при определении напряжений (точнее, их максимального уровня) допустимо положить $\rho = 0$. В обсуждаемом случае эта погрешность, идущая в запас прочности, составит $\dfrac{1{,}828 - 1{,}46}{1{,}46} = 0{,}25$, т.е. 25%. Но поскольку при $\rho = 0$ никаких упрощений в принципе не достигается, то можно рекомендовать учитывать параметр ρ независимо от его реального значения.

Для максимального значения напряжения σ_x (при $x = 0$, $y = 0$) справедлива формула

$$\sigma_x^{\max} = \frac{2P}{bh_x}\left[\frac{1}{2(1+\mu)} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+\mu^2\lambda_n^2}{1+\mu+\mu^2\lambda_n^2}\,\frac{a_n}{1+\rho\lambda_n^3}\right], \quad (11)$$

где a_n определяется равенствами (3).

Первая дробь под знаком суммы очень мало отличается от единицы при $n = \overline{1,\infty}$ (при $n \to \infty$ она равна единице). Учитывая это, получаем более простую формулу

$$\sigma_x^{\max} = \frac{2P}{bh_x}\left[\frac{1}{2(1+\mu)} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{1+\rho\lambda_n^3}\right]. \quad (12)$$

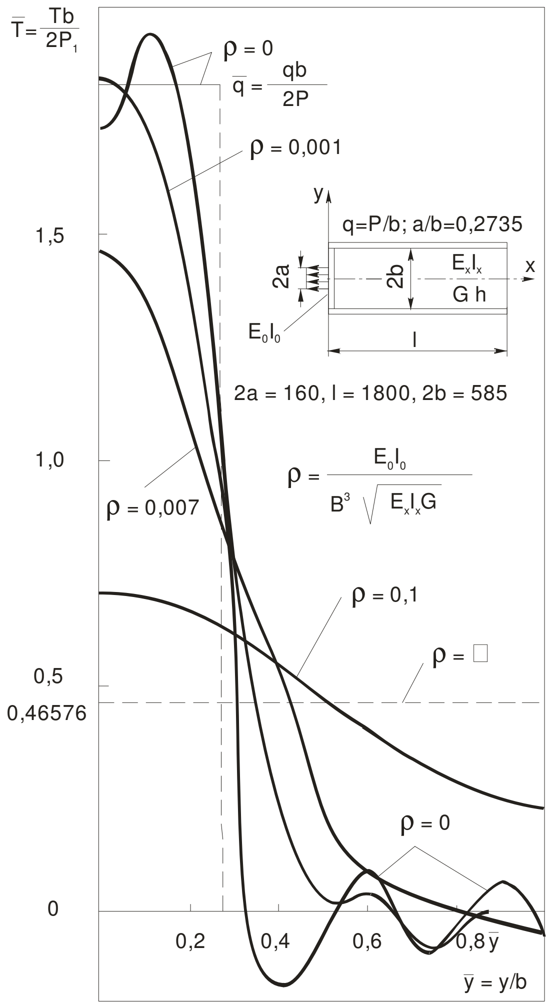

Рисунок 6 – Влияние изгибной жесткости E_0I_0 краевой балки

на напряжения: $\sigma_x = \dfrac{T}{h_x}$ в панели при x = 0

При $\rho = 0$ и действии сосредоточенной силы ряд в (2) обращается в бесконечность, что соответствует теории.

Влияние параметра ρ на характер включения в работу обшивки отражено на графиках рис. 7. В данном диапазоне изменения ρ это влияние следует признать незначительным, так как скорость затухания напряженного состояния определяется величинами $\lambda_n = \lambda_n(\mu)$ и, прежде всего, величиной λ_1, которая в рассматриваемом случае равна 2,93. Таким образом, приближенно можно считать, что значение бесконечного ряда в решении (1) убывает в К раз по сравнению с его значением при x = 0 (т.е. максимумом) при $x = \frac{l_n K}{2{,}93\,\bar{l}}$ (на самом деле это происходит несколько раньше).

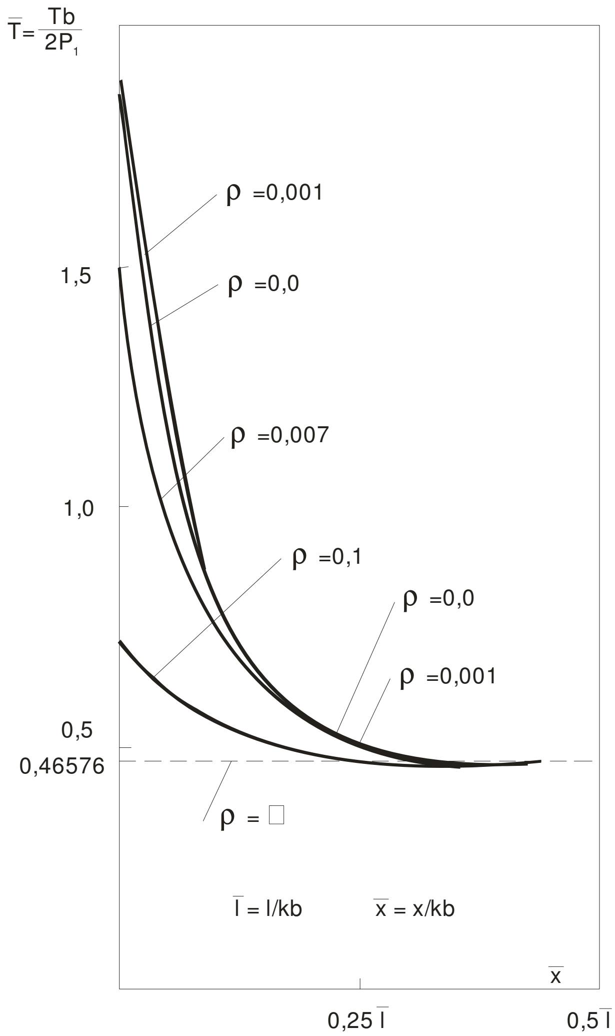

Рисунок 7 – Выравнивание напряжений $\sigma_x = \frac{T}{h_x}$ по длине панели при y = 0 в зависимости от жесткости $E_0 I_0$ краевой балки

Поступила в редакцию 12.11.09.
Рецензент: д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков