

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ОДНОПЕРЕХОДНОЙ ШТАМПОВКИ-ВЫТЯЖКИ

Р. В. Пихтовников

В работе рассматривается вопрос о создании теории статической штамповки-вытяжки, пригодной для использования широкими кругами инженерно-технических работников заводов. Анализ процесса штамповки-вытяжки производится в предположении постоянной толщины материала. Используя эту гипотезу (весьма близкую к действительности), удалось вывести основные зависимости, характеризующие процесс в обзорном виде.

Механизм однопереходной штамповки

Весь процесс штамповки можно разделить на три этапа (рис. 1). Первым этапом назовем период перемещения пуансона от нулевого положения до совпадения по горизонтали центров закруглений пуансона и матрицы. Следующий, второй, этап будет продолжаться до совпадения кромки заготовки с внешней кромкой закругления матрицы. Благодаря анизотропии материала при штамповке всегда образуются фестоны и невозможно, чтобы в один и тот же момент кромки заготовки соприкасались по всему периметру с внешней частью протяжного ребра матрицы. Поэтому при определении второго этапа, носящего условный характер, пренебрегают влиянием анизотропии и предполагают строгую концентричность движения металла во внутрь матрицы. Третий этап соответствует перемещению края заготовки от верхней границы закругления протяженного ребра матрицы до нижней. После того, как деталь проштампована, идет еще некоторое выравнивание образовавшихся складок и утолщений в протяжном зазоре. Но этот этап вытяжки носит чисто случайный характер и анализироваться не будет. В первом этапе происходит интенсивное растяжение в радиальном направлении части заготовки, расположенной между прижимом и пуансоном, а максимальная нагрузка на пуансон обычно имеет место во втором этапе.

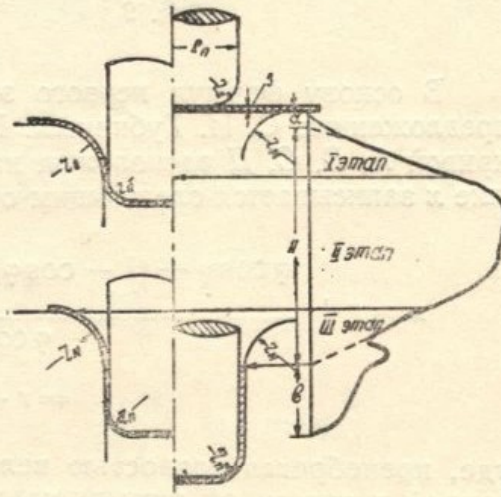


Рис. 1.

Кинематические соотношения

Для дальнейшего анализа однопереходной штамповки-вытяжки нужно выяснить некоторые кинематические соотношения. Необходимо найти зависимость между величиной хода пуансона и текущим коэффициентом

вытяжки в каждый момент процесса, найти соотношение между величиной полного хода пуансона и начальным коэффициентом вытяжки, а также определить расчетные формулы для вычисления скорости штамповки на различных этапах движения пуансона.

Все выводы построены на основе простых геометрических соотношений, причем толщина заготовки принимается неизменной. Это приводит к небольшой погрешности. При исследовании силового режима погрешность еще уменьшается, так как исследование ведется в момент наибольшей нагрузки на пуансон, а это соответствует началу второго этапа, когда имеется весьма незначительное утолщение кромки фланца заготовки.

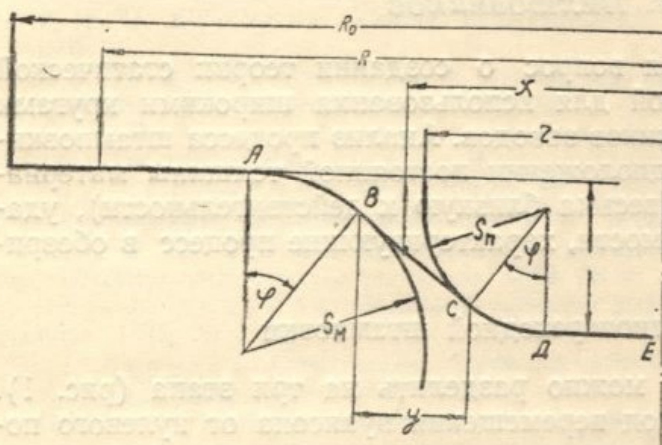


Рис. 2.

Наиболее громоздкими оказались кинематические соотношения первого этапа, где между величиной перемещения пуансона и кромки заготовки существует сложная аналитическая зависимость. Кинематические уравнения второго этапа проще и более удобны для расчета. Третий этап практического интереса не представляет и для него нет смысла искать кинематические соотношения.

В основу формул первого этапа положены выводы, в свое время предложенные С. И. Губкиным. Как видно из рисунка 2, центр тяжести кривой A, B, C, D расположен на расстоянии x от оси пуансона. Значение x записывается следующим образом:

$$x = r + \frac{\varphi \cos \varphi - (1 - \cos \varphi) \cos \varphi + \frac{1}{2} (1 - \sin \varphi)^2}{\varphi \cos \varphi + 1 - \sin \varphi} (\rho_m - \rho_n) = r + \lambda (\rho_m - \rho_n), \quad (2.1)$$

где, пренебрегая разностью величины зазора между пуансоном и матрицей и толщиной штампуемого материала,

$$\rho_m = z_m + \frac{s}{2} \text{ и } \rho_n = z_n + \frac{s}{2}$$

$$\text{при } \varphi = 0, x = +0,5(\rho_m - \rho_n), \text{ а при } \varphi = \frac{\pi}{2}, x = \frac{0}{0}.$$

Раскрыв неопределенность, получим:

$$x = r + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) (\rho_m - \rho_n) \approx r + 0,364 (\rho_m - \rho_n)$$

и, следовательно, $0,364 < \lambda < 0,5$.

Разница в конечных значениях λ невелика, и при обычных конструкциях штампов с цилиндрическим пуансоном можно принять одно из крайних значений λ без большого ущерба для точности рас-

чета. Иное дело, если приходится рассчитывать процесс, осуществляемый сферическим пуансоном. В этом случае необходимо точнее учитывать значение λ . Из условия постоянства объема штампуемого металла и неизменности толщины его можно написать:

$$R_0^2 = R^2 - (r + \rho_m)^2 + (r - \rho_n)^2 + 2 \left[\varphi (\rho_m + \rho_n) + \frac{y}{\cos \varphi} \right] [r + \lambda (\rho_m + \rho_n)],$$

откуда

$$R^2 = R_0^2 + (\rho_m + \rho_n) \left\{ 2r + \rho_m - \rho_n - 2 [r + \lambda (\rho_m - \rho_n)] \left(\varphi + \frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} \right) \right\}. \quad (2.2)$$

Выразим величину хода пуансона L в функции угла охвата материалом протяжного ребра матрицы

$$L = (\rho_m + \rho_n) (1 - \cos \varphi) + y \operatorname{tg} \varphi$$

или

$$L = (\rho_m + \rho_n) \frac{\cos \varphi + \sin \varphi - 1}{\cos \varphi}. \quad (2.3)$$

Уравнения 2.2 и 2.3 перепишем так:

$$R_0^2 = \frac{R^2 + (\rho_m + \rho_n) (2r + \rho_m - \rho_n)}{2 (\rho_m + \rho_n) [r + \lambda (\rho_m - \rho_n)]} = f(R) = \varphi + \sec \varphi - \operatorname{tg} \varphi \quad (2.4)$$

$$\frac{L}{\rho_m + \rho_n} = f_1(L) = 1 + \operatorname{tg} \varphi - \sec \varphi, \quad (2.5)$$

откуда

$$f(R) + f_1(L) = 1 + \varphi. \quad (2.6)$$

Пусть

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \beta.$$

Тогда

$$\frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{1 - \cos \beta}{\sin \beta} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$$

и

$$f_1(L) = 1 + \operatorname{tg} \varphi - \sec \varphi = 1 - \frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} = 1 - \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$$

или

$$\beta = 2 \operatorname{arctg} [1 - f_1(L)],$$

но

$$f_1(L) + f(R) = 1 + \varphi.$$

Тогда

$$f_1(L) + f(R) = 1 + \frac{\pi}{2} - \beta = 1 + \frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{arctg} [1 - f_1(L)]. \quad (2.7)$$

Подставив в уравнение (2.9) значение функций текущего радиуса $f(R)$ и хода пуансона $f_1(L)$ в данный момент вытяжки, из уравнения (2,4) получим:

$$R = \sqrt{R_0^2 + (\rho_m + \rho_n) \left\{ 2r + \rho_m - \rho_n - 2 [r + \lambda (\rho_m - \rho_n)] \left[\frac{\pi}{2} + 1 - \frac{L}{\rho_m + \rho_n} - 2 \operatorname{arctg} \left(1 - \frac{L}{\rho_m + \rho_n} \right) \right] \right\}} \quad (2.8)$$

при $L = \rho_m + \rho_n$, что соответствует окончанию первого этапа, радиус фланца заготовки будет:

$$R_1 = \sqrt{R_0^2 + (\rho_m + \rho_n) [r(2 - \pi) + (\rho_m - \rho_n)(3 - \pi)]}. \quad (2.9)$$

Введя безразмерные величины $K = \frac{R}{r}$ и $k_0 = \frac{R_0}{r}$, уравнение (2.8) перепишем так:

$$k = \sqrt{k_0^2 + \frac{\rho_m + \rho_n}{r^2} \left\{ 2r + \rho_m - \rho_n - 2[r + \lambda(\rho_m - \rho_n)] \left[\frac{\pi}{2} + 1 - \frac{L}{\rho_m + \rho_n} - 2 \operatorname{arctg} \left(1 - \frac{L}{\rho_m + \rho_n} \right) \right] \right\}}. \quad (2.10)$$

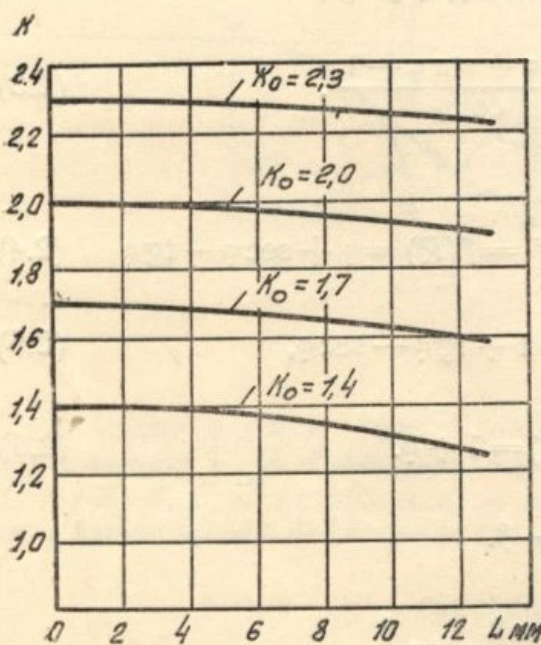


Рис. 3.

Несмотря на сравнительно большой ход пуансона, текущий коэффициент вытяжки в первом этапе меняется незначительно. Это видно из рисунка 3, на котором указана зависимость k от L , подсчитанная для штампа с $r = 40,5$ мм, $\rho_m = 8,5$ мм, $\rho_n = 4,5$ мм и $\lambda = 0,5$.

Величина перемещения наружного края заготовки определяется как разность радиусов: начального — R_0 и текущего — R

$$M_n = R_0 - R. \quad (2.11)$$

Перемещение внутреннего края фланца заготовки определяется, исходя из равенства размеров фигуры. Более точным определением было бы использование равенства поверхностей, но тогда решение приводит к очень громоздким формулам, а разница между более и менее точным решением незначительна и не превышает 9% в самом невыгодном положении, а именно в конце первого этапа. Так как расчет штамповки ведется поэтапно, то величину погрешности на стыке первого и второго этапов легко определить в каждом конкретном случае, сравнив величину точек стыка первого и второго этапов по двум формулам — приближенной для первого этапа, и точной — для второго.

Величину перемещения внутреннего края фланца заготовки, считая внутренним краем окружность радиуса $r + \rho_m$, определим как разность размеров кривой А, В, С, Д, промежуточного положения пуансона и прямой начального положения:

$$\begin{aligned} M_b &= \left[\varphi \rho_m + \frac{(\rho_m + \rho_n)(1 - \sin \varphi)}{\cos \varphi} + \varphi \rho_n + (r - \rho_n) \right] - [r + \rho_m] = \\ &= (\rho_m + \rho_n)(\varphi + \sec \varphi - \operatorname{tg} \varphi - 1). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Сложив уравнение (2.12) с уравнением (2.5), получим:

$$M_b = \varphi(\rho_m + \rho_n) - L. \quad (2.13)$$

Повторив операции, примененные при выводе уравнения 2.7, в результате имеем

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{arctg} \left(1 - \frac{L}{\rho_m + \rho_n} \right) \quad (2.14)$$

и окончательно

$$M_b = (\rho_m + \rho_n) \left[\frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{arctg} \left(1 - \frac{L}{\rho_m + \rho_n} \right) \right] - L. \quad (2.15)$$

Естественно, что смещение внутренней кромки фланца заготовки от начального коэффициента вытяжки не зависит и при заданных величинах перемещения пуансона определяется только суммой величин радиусов закругления пуансона и матрицы.

На рисунке 4 показана зависимость величин перемещений наружной и внутренней (показано пунктиром) кромки заготовки подсчитанных для штампа с $r=40,5$ мм, $\rho_m = 8,5$ мм, $\rho_n = 4,5$ мм. Величина перемещения наружной кромки падает с увеличением начального коэффициента вытяжки, и при больших k_0 меняется мало, в то время как перемещение внутренней кромки меняется значительно.

Определение скорости перемещения наружного края заготовки сводится к дифференцированию уравнения (2.11) по времени. В результате имеем

$$v_{1н} = \frac{dM_n}{d\tau} = - \frac{dR}{d\tau}. \quad (2.16)$$

В свою очередь, производная по времени уравнения (2.8), если считать λ величиной, не зависящей от времени, что для цилиндрического пуансона вполне допустимо, будет

$$- \frac{dR}{d\tau} \frac{[r + \lambda(\rho_m - \rho_n)] \psi}{R} \frac{dL}{d\tau}, \quad (2.17)$$

где

$$\psi = \frac{1 - \left(1 - \frac{L}{\rho_m + \rho_n} \right)^2}{1 + \left(1 - \frac{L}{\rho_m + \rho_n} \right)^2};$$

из уравнений (2.16) и (2.17) имеем:

$$v_{1н} = \frac{[r + \lambda(\rho_m - \rho_n)] \psi}{R} v_n, \quad (2.18)$$

где $v_{1н}$ — скорость перемещения наружной кромки фланца заготовки в первом этапе вытяжки, а v_n — скорость движения пуансона.

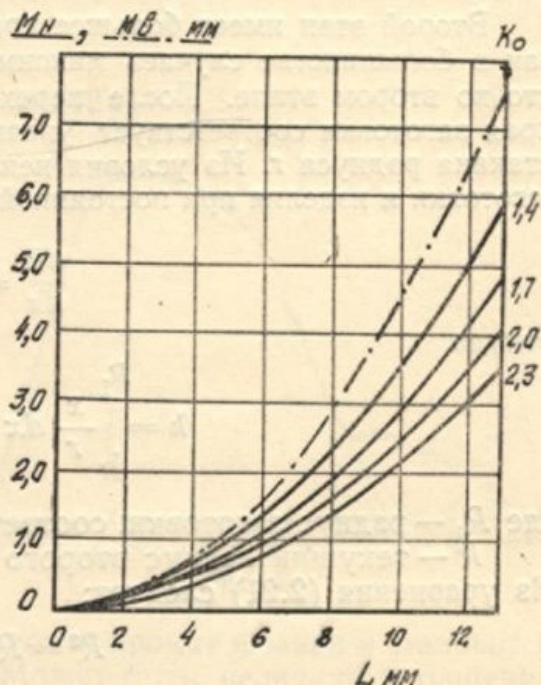


Рис. 4.

Дифференцируя по времени уравнение (2.15), получим скорость перемещения внутренней кромки заготовки в первом этапе:

$$v_{1в} = \frac{dM_{в}}{d\tau} = \psi v_n \quad (2.19)$$

Из уравнений (2.18) и (2.19) видно, что скорости перемещения наружной и внутренней кромок заготовки относятся как

$$\frac{v_{1н}}{v_{1в}} = \frac{r + \lambda(\rho_m - \rho_n)}{R}. \quad (2.20)$$

Из-за того, что величина λ принята не зависящей от времени, это отношение в крайнем положении не равно единице, но при $r \gg (\rho_m - \rho_n)$ разница ничтожна.

Второй этап имеет большее практическое значение, чем первый, так как в большинстве случаев максимальное давление пуансона имеет место во втором этапе. После перехода во второй этап перемещение dx края заготовки соответствует увеличению dh высоты h цилиндрического стакана радиуса r . Из условия неизменности поверхностей штампуемой заготовки и изделия при постоянной толщине материала можно написать:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{x}{r},$$

откуда

$$h = \int_R^{R_1} \frac{x}{r} dx = \frac{R_1^2 - R^2}{2r}, \quad (2.21)$$

где R_1 — радиус заготовки, соответствующий окончанию первого этапа, R — текущий радиус второго этапа, Из уравнения (2.21) следует:

$$R^2 = R_1^2 - 2rh; \quad (2.22)$$

но значение R_1 известно из уравнения (2.9). Сравнив уравнения (2.22) и (2.9) и учтя, что во втором этапе вытяжки

$$L = h + (\rho_m + \rho_n), \quad (2.23)$$

получим значение текущего радиуса:

$$R = \sqrt{R_0^2 + (\rho_m + \rho_n) [(4 - \pi)r + (3 - \pi)(\rho_m - \rho_n)] - 2rL}. \quad (2.24)$$

Выражение (2.24) легко привести к виду:

$$L = \frac{r}{2} (k_0^2 - k^2) + 0,43 (\rho_m + \rho_n) - 0,071 \frac{\rho_m^2 - \rho_n^2}{r}, \quad (2.25)$$

где, как и ранее, $k_0 = \frac{R_0}{r}$, $k = \frac{R}{r}$.

В обычных штампах цилиндрической конфигурации пуансона можно пренебречь последним членом и тогда:

$$L = \frac{r}{2} (k_0^2 - k^2) + 0,43 (\rho_m + \rho_n). \quad (2.26)$$

Скорость перемещения любого элемента, лежащего на окружности R фланца, заготовки, определяется из условия неразрывности потока металла:

$$2\pi Rsv_R = 2\pi rsv_n,$$

откуда

$$v_R = \frac{r}{R} v_n. \tag{2.27}$$

Этот же результат можно получить, дифференцируя по времени перемещение элемента.

Определим величину полного перемещения пуансона от начала до конца процесса. Концом процесса назовем момент, когда кромка заготовки коснется наружной кромки закругления матрицы. Этому моменту соответствует путь пуансона, равный

$$L_k = \frac{r}{2} (k_0^2 - 1) + 0,43 \rho_n + \rho_m. \tag{2.28}$$

Уравнение (2.28) получается из сопоставления объема заготовки и изделия в конечный момент вытяжки.

Упрощающее предположение, положенное в основу показанных формул, требует экспериментальной проверки, насколько принятое предположение о неизменности толщины штампуемого материала отражается на точности расчета. Известно, что заготовка в процессе штамповки непрерывно утолщается на кромке фланца и становится тоньше около закругления пуансона. Может быть, величины утолщения и утонения компенсируют друг друга, а может быть, один из видов деформации превалирует над другим.

Этот вопрос легко выяснить экспериментально, для чего надо сопоставить величины конечного пути пуансона, полученные расчетным и опытным путем.

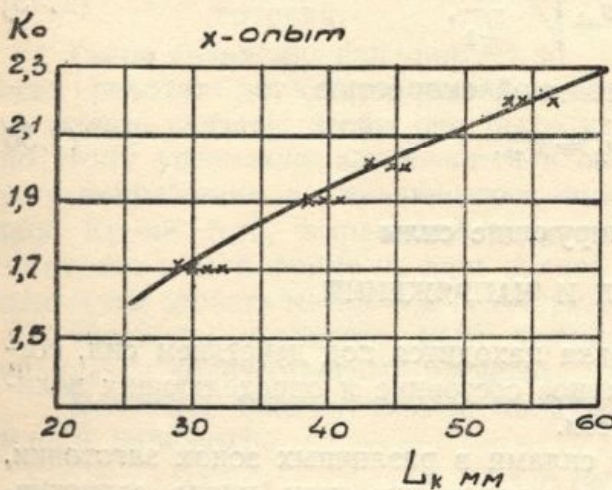


Рис. 6.

Если за опытную величину хода пуансона считать отрезок c (рис. 5), то есть отбросить участок a диаграммы вытяжки, соответствующей интенсивному вытягиванию металла в радиальном направлении в начальный момент штамповки, и не учитывать конечный участок b , характеризующий деформацию металла в протяжном зазоре между пуансоном и матрицей, то получим очень хорошую сходимость расчетов с опытом.

На графике (рис. 6) сопоставлены опытные и расчетные величины

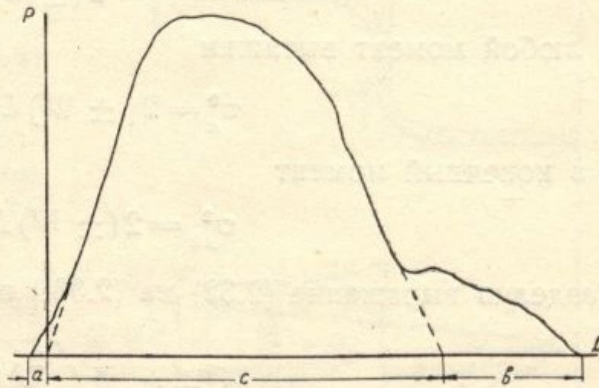


Рис. 5.

полученные расчетным и опытным путем. Если за опытную величину хода пуансона считать отрезок c (рис. 5), то есть отбросить участок a диаграммы вытяжки, соответствующей интенсивному вытягиванию металла в радиальном направлении в начальном направлении в начальном моменте штамповки, и не учитывать конечный участок b , характеризующий деформацию металла в протяжном зазоре между пуансоном и матрицей, то получим очень хорошую сходимость расчетов с опытом.

конечного хода пуансона для материалов: ст. 20 и Д16-М толщиной $s = 1$ мм, при радиусе пуансона $r = 25,5$ мм, $\rho_m = 8,5$ и $\rho_n = 4,5$.

Выясним характер соотношения между скоростью пуансона в конце процесса и скоростью в любой момент вытяжки. При движении пуансона, с постоянным положительным или отрицательным ускорением при наличии начальной скорости, как известно

$$v_n = v_{no} \pm \int_0^{\tau} W d\tau = v_{no} \pm W\tau \quad (2.29)$$

и

$$L = \int_0^{\tau} v_n d\tau = v_{no}\tau + \frac{W\tau^2}{2}. \quad (2.30)$$

Исключив время из уравнений (1.29) и (1.30,) получим

$$L = \frac{v_n^2 - v_{no}^2}{2(\pm W)}. \quad (2.31)$$

В любой момент вытяжки

$$v_n^2 = 2(\pm W)L + v_{no}^2. \quad (2.32)$$

а в конечный момент

$$v_{nk}^2 = 2(\pm W)L_k + v_{no}^2. \quad (2.33)$$

Разделив выражение (2.32) на (2.33,) получим

$$v_n = v_{nk} \sqrt{\frac{2(\pm W)L + v_{no}^2}{2(\pm W)L_k + v_{no}^2}}. \quad (2.34)$$

При равноускоренном движении пуансона без начальной скорости

$$v_n = v_{nk} \sqrt{\frac{L}{L_k}}, \quad (2.35)$$

а когда пуансон движется с постоянной скоростью, то

$$v_n = v_{nk}. \quad (2.36)$$

Деформирующие силы

А. БАЛАНС СИЛ И НАПРЯЖЕНИЙ

В процессе штамповки заготовка находится под действием сил, создающих напряженно-деформированное состояние и определяющих величину напряжений в каждой ее части.

Вызванные деформирующими силами в различных зонах заготовки, действуют следующие напряжения: напряжение, или иначе сопротивление деформированию фланца заготовки σ_g , напряжение, вызванное перегибом материала вокруг протяженного ребра матрицы σ_r и напряжение, созданное силами трения σ_t . Сумму этих напряжений назовем сопротивлением металла штамповке ($\sigma_{шт}$).

$$\sigma_{шт} = \sigma_g + \sigma_r + \sigma_t. \quad (3.1)$$

В этом разделе определены способы расчета величин σ_r , $\sigma_{шт}$, σ_d , а исследование σ_t вынесено в самостоятельную главу.

Б. СОПРОТИВЛЕНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЮ ФЛАНЦА ЗАГОТОВКИ

В теории штамповки-вытяжки сопротивление объемно-пластическому деформированию фланца круглой заготовки обычно определяют, выделив элемент на фланце (рис. 7) и решая уравнение его равновесия

$$(\sigma_1 + d\sigma_1)(x + dx) s d\psi + 2 \sin \frac{d\psi}{2} \sigma_3 s dx - \sigma_1 x s d\psi = 0 \quad (3.2)$$

совместно с уравнением пластичности, причем считают толщину заготовки неизменной, сводя таким образом объемную задачу к плоской.

Используя уравнение пластичности

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta \sigma, \quad (3.3)$$

из уравнения (3.2—3.3) получим такое дифференциальное уравнение

$$\frac{d\sigma_1}{dx} = -\beta \frac{\sigma}{x}, \quad (3.4)$$

решением которого для окружности, определяемой средним радиусом

изделия $r = R_n + \frac{s}{2}$, будет

$$\sigma_d = \beta \sigma \ln k, \quad (3.5)$$

где $k = \frac{R}{r}$ — текущий коэффициент вытяжки,

а σ_g — сопротивление деформированию фланца заготовки.

Такое уравнение фигурирует во всех работах по теории вытяжки, но нельзя сказать, чтобы оно было удобным. Вся сложность подсчетов по этому уравнению заключается в определении величины действительного напряжения σ , являющегося функцией текущей степени деформации. Кроме того, выражение сопротивления деформированию фланца заготовки в этой форме не дает полной картины зависимости его от пластических свойств металла и геометрии заготовки.

Упростим уравнение (3.5) и приведем его к виду, удобному для анализа и количественных расчетов.

Величина действительного напряжения при данной степени деформации равняется

$$\sigma = B \epsilon^\alpha, \quad (3.6)$$

причем степень деформации ϵ зависит не только от текущего коэффициента вытяжки K , но и от положения точки на фланце заготовки. Определим величину тангенциальной деформации любого элемента, лежащего на окружности радиуса x . При стягивании заготовки с первоначального радиуса R_0 до текущего радиуса R элемент, имевший в начальном поло-

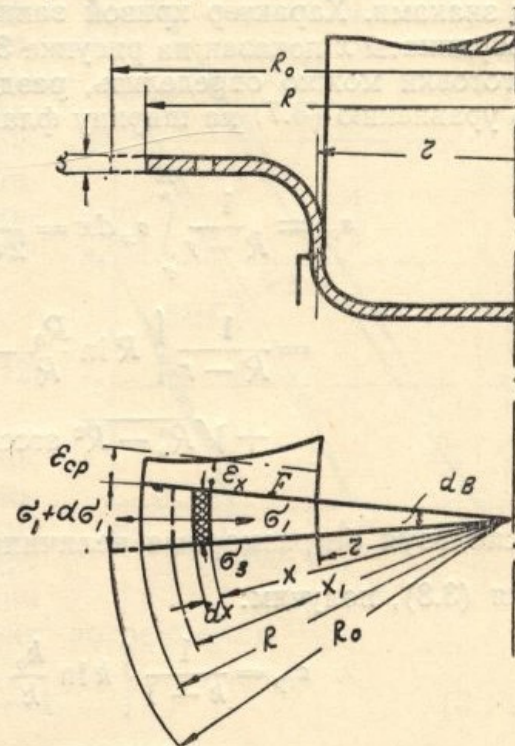


Рис. 7.

жении координат x_1 , переходит на новую окружность, концентрическую первой, с радиусом x . Из условия постоянства объема при принятой неизменности толщины материала можно написать:

$$x_1 = \sqrt{R_0^2 - R^2 + x^2}. \quad (3.7)$$

Тогда касательная деформация по окружности радиуса x будет

$$\epsilon_x = \ln \frac{x_1}{x} = \frac{1}{2} \ln \frac{R_0^2 - R^2 + x^2}{x^2}. \quad (3.8)$$

При плоской схеме деформации касательная и радиальная деформация в каждой точке заготовки по абсолютной величине равны, поэтому уравнение (3.7) выражает обе деформации, отличающиеся друг от друга только знаками. Характер кривой зависимости деформации ϵ_x от текущей координаты x показан на рисунке 3—1. Среднюю деформацию по фланцу заготовки можно определить, разделив площадь эпюры F , построенной по уравнению (3.7) на ширину фланца $R - r$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{ср}} &= \frac{1}{R-r} \int_r^R \epsilon_x dx = \frac{1}{2(R-r)} \int_r^R \ln \frac{R_0^2 - R^2 + x^2}{x^2} dx = \\ &= \frac{1}{R-r} \left\{ R \ln \frac{R_0}{R} - r \ln \frac{\sqrt{R_0^2 - R^2 + r^2}}{r} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{R_0^2 - R^2} \arccos \frac{R_0^2 - R^2 + rR}{R_0 \sqrt{R_0^2 - R^2 + r^2}} \right\}. \end{aligned}$$

Используя безразмерные величины $k_0 = \frac{R_0}{r}$ и $k = \frac{R}{r}$, вместо уравнения (3.8), получим:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{ср}} &= \frac{1}{k-1} \left\{ k \ln \frac{k_0}{k} - \frac{1}{2} \ln (k_0^2 - k^2 + 1) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{k_0^2 - k^2} \arccos \frac{k_0^2 - k^2 + k}{k_0 \sqrt{k_0^2 - k^2 + 1}} \right\}, \end{aligned}$$

В пределе при $k \rightarrow 1,0$ уравнение (3.9) даёт:

$$\lim_{k \rightarrow 1} \epsilon_{\text{ср}} = \ln k_0, \quad (3.10)$$

а при k , равном k_0 , средняя деформация равняется нулю. Заметим, что средняя деформация подсчитана грубо, в виде полусуммы крайних деформаций, как это довольно часто делается в теории штамповки:

$$\begin{aligned} \epsilon'_{\text{ср}} &= \frac{\epsilon_{\text{н}} + \epsilon_{\text{вн}}}{2} = \frac{1}{2} \left[\ln \frac{k_0}{k} + \frac{1}{2} \ln (k_0^2 - k^2 + 1) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{k_0}{k} \sqrt{k_0^2 - k^2 + 1}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

существенно отличается от выражения описанного уравнения (3.9) и даёт завышенные результаты, хотя при k , равном единице, уравнение (3.9) и (3.11) совпадают. Если вместо полусуммы деформаций

ввести полусумму крайних напряжений $\sigma_{cp} = \frac{\sigma_n + \sigma_{вн}}{2}$, как это делал Закс, то также получаем преувеличенные итоги. Это обстоятельство заставило Закса безосновательно уменьшать коэффициент β , учитывающий влияние среднего главного напряжения, с 1,155 до 1,1. Обоснование произведенного им уменьшения β схемой деформации, значительно отступающей от плоской, несостоятельно, так как наибольшая нагрузка на пуансоне возникает в начале процесса, когда утолщение фланца заготовки еще ничтожно. В дальнейшем принимается величина $\beta = 1,155$.

Использование значения средней деформации в виде, представленном уравнением (3.9), очень сложно. Поэтому, пользуясь тем, что диапазон текущих коэффициентов вытяжки, практически употребляемых в штамповке, весьма узок и колеблется от 1 до 2,5, можно зависимость средней деформации от коэффициента вытяжки приближенно представить в виде прямой. На рисунке 8 показана эта зависимость, подсчитанная точно и аппроксимированная уравнением

$$\epsilon_{cp} = \frac{k_0 - k}{k_0 - 1} \ln k_0. \quad (3.12)$$

Учитывая, что в дальнейшем величина средней деформации всегда возводится в степень α , меньшую единицы, погрешность между точным и приближенным значением средней деформации значительно уменьшается, и итоговая погрешность

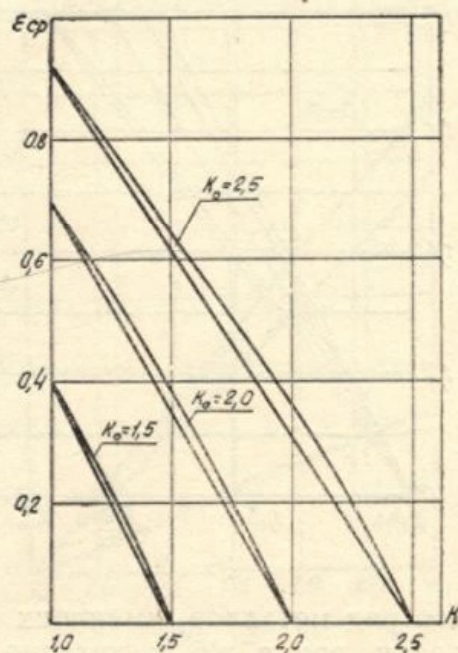


Рис. 8.

$$\Delta_1 = (1 + \Delta)^\alpha - 1 \quad (3.13)$$

в самом неблагоприятном случае при $k_0 = 2,5$ и $k \rightarrow k_0$ не превышает 4%. А так как в дальнейших расчетах нас будет интересовать только одна величина текущего коэффициента вытяжки $k_{нн}$, соответствующая моменту наибольшей нагрузки на пуансон, то погрешность еще более уменьшается.

Используя среднюю деформацию в упрощенном виде, из уравнений (3.6) и (3.12), получим

$$\sigma_1 = 1,155B \left[\frac{k_0 - k}{k_0 - 1} \ln k_0 \right]^\alpha \ln k. \quad (3.14)$$

При определенном значении k кривая зависимости сопротивления деформированию фланца от текущего коэффициента вытяжки имеет максимум, обычно соответствующий наибольшей нагрузке на пуансон. Определим значение этого коэффициента вытяжки, который в дальнейшем будем обозначать индексом „нн“:

$$\frac{d\sigma_1}{dk} = 1,155B \left[\frac{k_0 - k_{нн}}{k_0 - 1} \ln k_0 \right]^\alpha \left\{ \frac{1}{k_{нн}} - \alpha \ln k_{нн} \frac{\ln k_0}{k_0 - 1} \left[\frac{k_0 - k_{нн}}{k_0 - 1} \ln k_0 \right] \right\}^{-1},$$

откуда получим следующее соотношение между начальным коэффициентом вытяжки k_0 и коэффициентом вытяжки при максимальной нагрузке $k_{\text{нн}}$:

$$k_0 = k_{\text{нн}} (\alpha \ln k_{\text{нн}} + 1). \quad (3.15)$$

Эта зависимость в диапазоне от $\alpha = 0$ до $\alpha = 0,4$ немного отличается от прямолинейной и то только при α , близких к большему пределу (рис. 9). А поэтому может быть записана уравнением

$$\frac{k_{\text{нн}} - 1}{k_0 - 1} = v, \quad (3.16)$$

где $v = f(\alpha)$, в свою очередь, определяется уравнением

$$v = \frac{1}{1,386\alpha + 1} \quad (3.17)$$

или графиком, показанным на рисунке 10. Из рисунка 11 видно, что чем пластичнее материал, то есть больше показатель α , тем позже наступит момент максимальной нагрузки (при прочих равных условиях). Этим объясняется и тот факт,

что ряд металлов, имеющих малое α , рвется на первом этапе штамповки, при α же достаточно больших, обрыв всегда происходит на втором этапе.

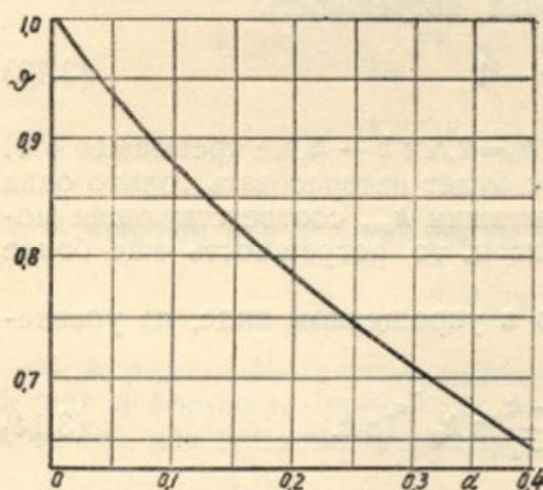


Рис. 10.

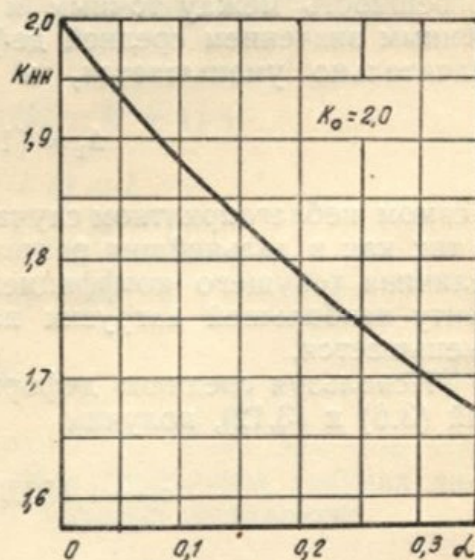


Рис. 11.

Сопоставив уравнения (3.16) и (3.14), получим в окончательном виде выражение сопротивления деформированию фланца заготовки в момент максимума

$$\sigma_{\text{д max}} = 1,115 B [(1 - \vartheta) \ln k_0]^2 \ln [\vartheta (k_0 - 1) + 1]. \quad (3.18)$$

Это уравнение ясно определяет параметры, от которых зависит сопротивление деформированию. Сюда входят и константы, опреде-

ляющие пластичность материала, и параметры, зависящие от геометрии заготовки.

Для конкретных материалов, имеющих определенные константы B и α , найденные при испытании образцов на обычное растяжение, по уравнению (3.18) можно построить зависимость $\sigma_{d \max} = f(k_0)$. Подобно зависимости указаны на рисунке 12 для материалов Я1-Т, Ст-20, Д16-М и В95-М. Характер кривой весьма мало отличается от прямой, причем это отличие тем меньше, чем больше предел прочности материала. Погрешность будет ничтожна, если уравнение (3.18) аппроксимировать линейной функцией вида

$$\sigma_{d \max} = b(k_0 - 1). \quad (3.19)$$

В частности, для материалов, указанных на рисунке 12, получены следующие коэффициенты „ b “

	$\sigma_b \frac{\text{кг}^2}{\text{мм}^2}$	α	$b \text{ кг}^2/\text{мм}^2$
Я1-Т	61,8	0,29	46
Ст-20	51,8	0,21	39
Д16-М	21,2	0,15	16
В95-М	21	0,12	16

При многих исследованиях глубокой штамповки-вытяжки уравнения типа (3.19) находились экспериментально и, к сожалению, до сих пор не имели теоретического обоснования.

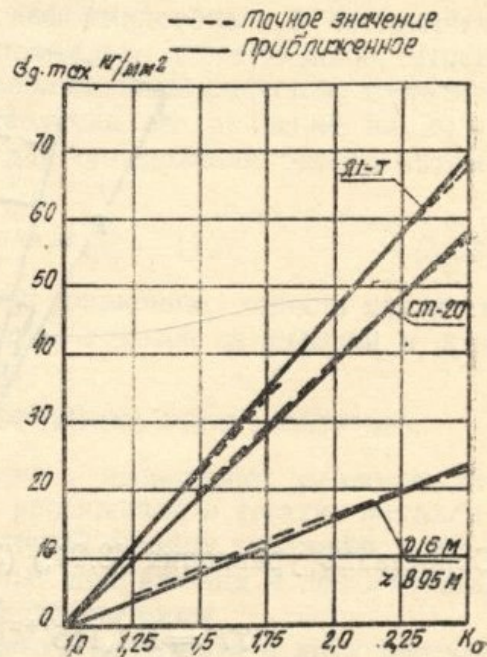


Рис. 12.

В. ПРИБЛИЖЕННОЕ ВЫРАЖЕНИЕ РАБОТЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Как известно, работа изменения формы деформируемого объема.

$$W = \iiint_v T \Gamma dv, \quad (3.20)$$

где интенсивность касательных напряжений

$$T = \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}}, \quad (3.21)$$

а интенсивность сдвига

$$\Gamma = \sqrt{3} \epsilon_i \quad (3.22)$$

или

$$T \Gamma = \sigma_i \epsilon_i. \quad (3.23)$$

Ранее было показано, что приведенное напряжение

$$\sigma_i = B \epsilon_i^\alpha; \quad (3.6)$$

тогда

$$T \Gamma = B \epsilon_i^{1+\alpha}. \quad (3.24)$$

При плоской деформации

$$\varepsilon_i = 1,155\varepsilon_1. \quad (3.25)$$

Как видно из рисунка 13,

$$|\varepsilon_3| = |\varepsilon_1| = \ln \frac{x_1}{x} = \ln \frac{\sqrt{R_2^2 - R^2 + x^2}}{x}. \quad (3.26)$$

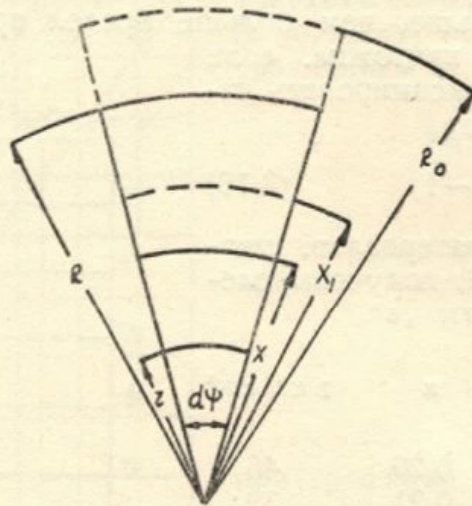


Рис. 13.

Сопоставив уравнения (3.24), (3.25) и (3.26), получим

$$T\Gamma = B 1,155^{1+\alpha} \left[\ln \frac{\sqrt{R_0^2 - R^2 + x^2}}{x} \right]^{1+\alpha}. \quad (3.27)$$

Полная работа будет

$$W = 1,152^{1+\alpha} B \int_r^{R_0} \int_0^{2\pi} \int_0^s \left[\ln \frac{\sqrt{R_0^2 - R^2 + x^2}}{x} \right]^{1+\alpha} x dx d\psi ds \quad (3.28)$$

или

$$W = 1,155^{1+\alpha} B 2\pi s \int_r^{R_0} \left[\ln \frac{\sqrt{R_0^2 - R^2 + x^2}}{x} \right]^{1+\alpha} x dx. \quad (3.29)$$

Этот интеграл в квадратурах не решается, в численное интегрирование требует большой затраты времени. Поэтому есть смысл получить приближенное решение, вставив вместо деформации в каждой точке (уравнение 3.26), аппроксимированную по всему фланцу.

$$\varepsilon = \frac{k_0 - k}{k_0 - 1} \ln k_0 \quad (3.12)$$

В процессе штамповки деформация монотонно увеличивается от 0 до конечной величины

$$\varepsilon_k = \frac{k_0 - 1}{k_0 - 1} \ln k_0 = \ln k_0. \quad (3.30)$$

Величину работы всего процесса приближенно можно определить по средней деформации

$$\varepsilon_{cp} = \frac{1}{2} \ln k_0. \quad (3.31)$$

Учтя уравнения (3.27) из уравнения (3.29), получим

$$W \approx 0,6^{1+\alpha} B [\ln k_0]^{1+\alpha} \pi r^2 (k_0^2 - 1) s. \quad (3.32)$$

Выражение (3.32), дает уменьшенное значение работы деформации фланца заготовки, доходящее до 10%. Для определения полной работы штамповки к уравнению (3.32) надо еще добавить работу, затраченную на преодоление сопротивления трению, и работу, вызванную перегибом материала вокруг протяжного ребра матрицы. Но последние две значительно меньше работы сопротивления фланца деформированию и составляют от нее при нормальной штамповке приблизительно десятую долю. Чтобы не усложнять расчетную формулу для приближенных расчетов, достаточно скорректировать уравнение (3.32) увеличив его значение на 20%. Тогда в окончательном виде уравнение для определения работы штамповки в конце процесса будет:

$$W \approx 3,8 \cdot 0,6^{1+\alpha} B [\ln k_0]^{1+\alpha} r^2 (k_0^2 - 1) s. \quad (3.33)$$

Значения работы, подсчитанные по этому уравнению, хорошо сходятся с опытом при условии, если штамповка производится со смазкой и протяжное ребро матрицы достаточно велико.

Г. ДЕФОРМАЦИЯ ЗАГОТОВКИ НА ПРОТЯЖНОМ РЕБРЕ МАТРИЦЫ

На протяжном ребре матрицы материал испытывает сложную деформацию. С одной стороны происходит растяжение и сжатие металла, по схеме напряженного состояния, аналогичной фланцу заготовки, с другой стороны возникают еще дополнительные напряжения и деформации, вызванные перегибом материала через ребро матрицы.

Дополнительные напряжения вызываются перегибом в двух плоскостях. В вертикальной — благодаря втягиванию заготовки во внутрь протяжного отверстия матрицы, и горизонтальной — при облегании листовым металлом внешнего периметра тора, образуемого отверстием матрицы.

Наиболее существенной является деформация в вертикальной плоскости, вызванная втягиванием материала через протяжное ребро во внутрь матрицы. Механизм втягивания неоднократно исследовался и делались попытки оценки величины усилий, возникающих на пуансоне, необходимых для осуществления данного процесса.

Напряжения, вызванные перегибом металла вокруг ребра матрицы, исследовал В. Е. Недорезов. Но он допустил ошибку, введя еще один вид дополнительной деформации, названный им «деформацией отгиба». В. Е. Недорезов предположил, что во втором этапе вытяжки по мере перемещения пуансона вниз в месте перехода торовидной поверхности в цилиндрическую происходит изгиб металла по схеме консоли, закрепленной в сечении $m-n$ (рис. 14). Это предположение было бы верным при фиксированном положении сечения $m-n$, а так как оно все время меняет место, то касательная к нему следует за перемещением пуансона, не вызывая растяжения внешних и сжатия внутренних волокон металла. Фактически имеет место явление, противоположное представленному В. Е. Недорезовым. Элемент заготовки, находясь на ребре матрицы, имеет кривизну срединной поверхности, равную $\frac{1}{\rho_n}$, а пройдя ребро,

приобретает нулевую кривизну. Этот переход вызывает растяжение внутренних волокон и сжатие внешних, или точнее, как это будет показано ниже, сдвиги в направлении толщины металла.

Экспериментальным исследованием величины усилия перегиба при втягивании заготовки в матрицу занимались И. Г. Ковалев, Л. А. Шофман и Зибель, причем последние два сделали попытку математического анализа величины дополнительного усилия, создаваемого пуансоном для преодоления сопротивления материала втягиванию. Однако в своем анализе они исходили из принципиально неверной схемы изгиба материала вокруг протяжного ребра матрицы, рассматривая процесс втягивания как плоский изгиб и подразумевая, что внешние волокна в это время растягиваются, а внутренние сжимаются и что существует определенная нейтральная плоскость, не испытывающая напряжений.

Такая гипотеза верна только для пластинки конечной ширины. В данном же случае, благодаря тому, что пластинка представляет собой замкнутый контур, ее деформация в тангенциальном направлении невозможна. Следовательно, здесь уже нельзя говорить о деформации по схеме изгиба. Более близкой будет схема плоской деформации, соответствующая чистому сдвигу. Поэтому в данном случае следует искать не нормальные напряжения, а напряжения сдвига.

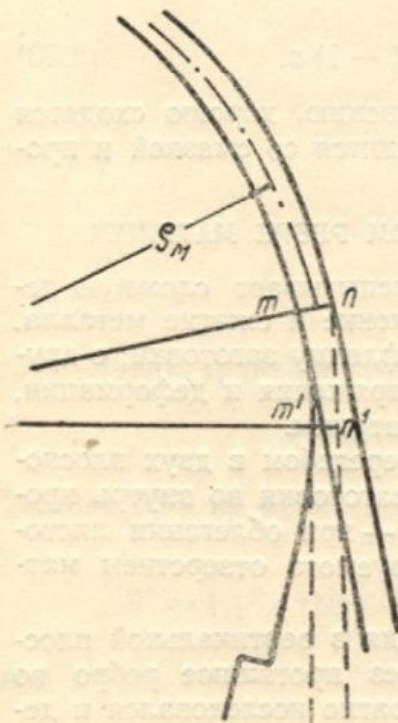


Рис. 14.

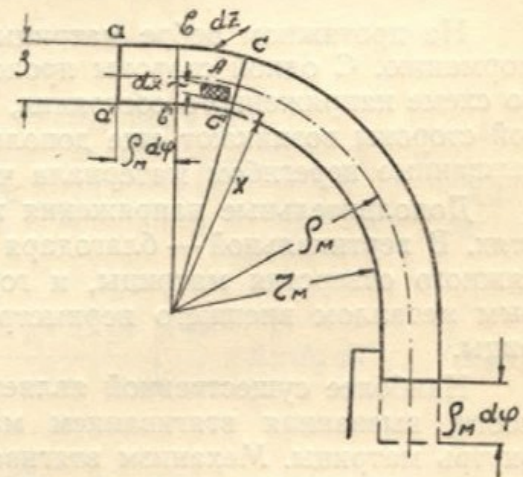


Рис. 15.

Впервые на эти сдвиги обратил внимание С. И. Губкин; исследуя процесс волочения полых тел, он показал метод определения их величины. В данном случае также возможно определить усилие, потребное для преодоления дополнительных сдвигов на ребре матрицы. В толще материала, обтекающей ребро матрицы, выделен элемент А (рис. 15) единичной ширины. Выделяя элемент единичной ширины, тем самым пренебрегаем при определении объема этого элемента незначительной непараллельностью его двух сторон, отсекаемых продолжением радиусов пуансона. В соответствии с уравнениями (3.23) и (3.6) удельная работа деформации элемента будет

$$T\Gamma = \sigma_t \epsilon_t, \quad (3.34)$$

а приведенное напряжение

$$\sigma_t = B\epsilon_t^2. \quad (3.35)$$

При подходе к ребру матрицы материал уже сформирован до степени деформации $\epsilon_0 L$, в то время как величина элементарной работы,

определяемая уравнением (3.34), является функцией значительно меньшей деформации ϵ'_i , возникающей на протяжном ребре. Пользуясь аддитивностью деформаций, уравнение (3.35) следует записать в таком виде:

$$\sigma_i = B (\epsilon_{01} + \epsilon'_i)^\alpha, \quad (3.36)$$

и тогда вместо уравнения (3.34) получим следующее:

$$T\Gamma = B (\epsilon_{01} + \epsilon'_i)^\alpha \epsilon'_i. \quad (3.37)$$

При плоской схеме деформаций, когда одна из них, в нашем случае тангенциальная, равняется нулю, а две другие между собою равны и имеют противоположные знаки, получим

$$\epsilon_i = 1,155\epsilon_1. \quad (3.38)$$

Учитывая уравнение (3.38), представим уравнение (3.37) в следующем виде:

$$T\Gamma = 1,155^{1+\alpha} B (\epsilon_{01} + \epsilon'_i)^\alpha \epsilon'_i, \quad (3.39)$$

где ϵ_{01} соответствует радиальной деформации металла в момент выхода его на ребро матрицы и может быть определено уравнением

$$\epsilon_{01} = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{r^2 (k_0^2 - k^2)}{(r + \rho_m)^2} + 1 \right], \quad (3.40)$$

вытекающим из уравнения (3.26).

Хотя в данном случае картина изгиба не имеет места, в толще металла существует нейтральная плоскость, которая в процессе деформации меняет свое положение, колеблясь возле поверхности проходящей через середину материала. Для больших отношений радиуса закругления протяжного ребра матрицы к толщине деформируемого металла эту поверхность приближенно можно считать совпадающей с срединной поверхностью.

Как показали исследования Г. А. Смирнова-Аляева, для такого упрощающего предположения достаточно, чтобы отношение радиуса закругления ребра матрицы к толщине материала было больше пяти. Практически все штампы делаются с большим отношением и поэтому возможно считать обе поверхности совпадающими. При этом предположении деформации крайних (внутренних и наружных) волокон будут равны и имеют следующее выражение:

$$\epsilon_i = \ln \frac{\rho_m}{r_m}. \quad (3.41)$$

Приближенно считая, что деформации распределяются по сечению по линейному закону, получим выражение средней деформации

$$\epsilon'_i = \frac{1}{2} \ln \frac{\rho_m}{r_m}. \quad (3.42)$$

Вставив (3.39) и (3.42) в уравнение (3.28), имеем

$$\begin{aligned} W &= 1,155^{1+\alpha} B \left(\epsilon_{01} + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho_m}{r_m} \right)^\alpha \frac{1}{2} \ln \frac{\rho_m}{r_m} \int_{r_m}^{r_m+s} \int_0^{d\varphi} \int_0^l x dx d\varphi dz = \\ &= 1,155^{1+\alpha} B \left(\epsilon_{01} + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho_m}{r_m} \right)^\alpha \frac{1}{2} \ln \frac{\rho_m}{r_m} s d\varphi \rho_m. \end{aligned} \quad (3.43)$$

При переходе элементарного объема из положения $a-a'-b-b'$ в положение $b-b'-c-c'$ (рис. 15) пуансон пройдет путь $\rho_m d\varphi$ и совершит добавочную работу, эквивалентную работе сдвигов деформируемого металла

$$W_1 = \sigma_r s l \rho_m d\varphi. \quad (3.44)$$

Приравнивая уравнение (3.43) и (3.44), получим значение дополнительного усилия, создаваемого пуансоном для преодоления сдвигов в материале, обтекающем ребро матрицы:

$$\sigma_r = 1,115^{1+\alpha} B \left(\varepsilon_{01} + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho_m}{r_m} \right)^\alpha \frac{1}{2} \ln \frac{\rho_m}{r_m}. \quad (3.45)$$

В процессе штамповки происходит одновременный перегиб металла, поступающего на протяжное ребро матрицы, и выравнивание его при сходе с ребра. Уравнение (3.43) выражает величину работы, затрачиваемую на первую часть процесса. Вторая часть — выравнивание, требует несколько большей энергии, так как металл, пройдя через протяжное ребро, получает дополнительное упрочнение. Если приблизительно принять количество энергии на перегиб и выравнивание одинаковыми, то значения W и σ_r в уравнениях (3.43) и (3.45) надо удвоить. Тогда получим окончательное выражение для определения σ_r

$$\sigma_r = 1,155^{1+\alpha} B \left(\varepsilon_{01} + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho_m}{r_m} \right)^\alpha \ln \frac{\rho_m}{r_m}. \quad (3.46)$$

Из этого уравнения видно, что величина напряжения перегиба в процессе вытяжки заготовки все время увеличивается от начальной до предельной в конце ходе. Увеличение вызвано ростом физического упрочнения металла во фланце заготовки, учитываемого членом ε_{01} .

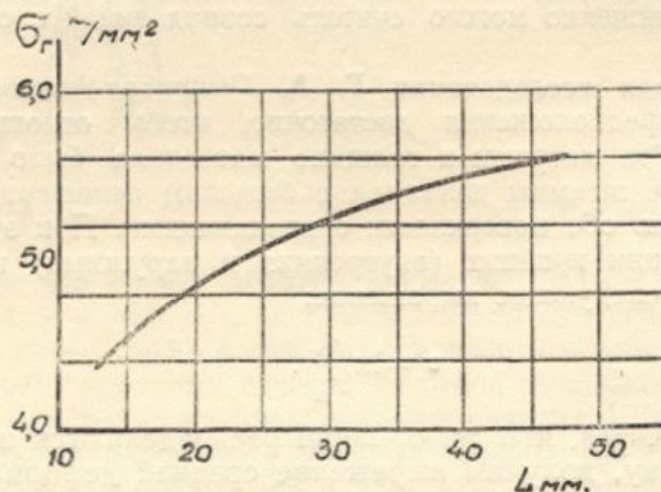


Рис. 16.

На рисунке 16 представлена кривая, показывающая изменения напряжения перегиба по ходу пуансона при неизменной геометрии штампа. Расчет сделан для ст. 20 $r = 25,5$ мм, $\rho_m = 8,5$ мм, $\rho_n = 4,5$ мм, $k_0 = 2,25$. При меньшем начальном коэффициенте вытяжки абсолютные значения σ_r немного уменьшаются, но характер кривой остается тот же.

График зависимости σ_r от k_0 в момент наибольшей нагрузки на пуансон (рис. 17) показывает небольшое влияние размеров заготовки на величину σ_r . Если для расчета силового режима штамповки принять среднее по принятому диапазону начальных коэффициентов вытяжки

значение σ_r , то отклонение будет достигать приблизительно $\pm 10\%$. Но по отношению к усилию штамповки эта погрешность едва достигнет $\pm 1\%$.

Значительно больше влияет на величину σ_r геометрия штампа или, вернее, отношение радиуса закругления протяжного ребра матрицы

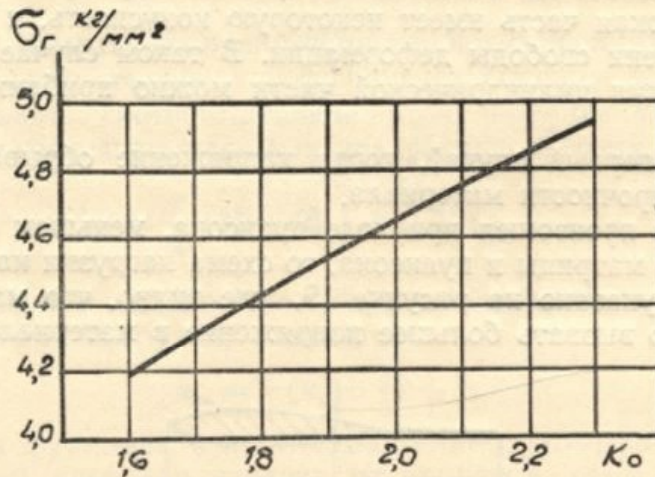


Рис. 17.

к толщине материала. При малых отношениях r_m/s , σ_r увеличивается и может дойти до очень больших величин (рис. 1—21). Правда, расчеты по уравнению (3.46) при отношении r_m/s менее пяти становятся неточными, но все же можно приближенно судить о характере изменения σ_r при резких уменьшениях радиуса закругления матрицы. Расположение кривых (рис. 18) для $k_0 = 2,25$ и $k_0 = 1,6$ еще раз подчеркивают слабую зависимость σ_r от k_0 .

Д. НАПРЯЖЕНИЕ В МЕСТЕ ОБРЫВА ЗАГОТОВКИ

При одних и тех же размерах штампа, рода и толщины материала обрыв заготовки может произойти при совершенно различных величинах давления пуансона. Значение максимального сечения цилиндрической части заготовки

$$\sigma_{шт} = \frac{P_{max}}{2\pi r s} \quad (3.47)$$

может быть больше, а иногда и меньше предела прочности штампуемого материала. Предельную величину сопротивления металла штамповки, когда происходит отрыв для заготовки, назовем напряжением обрыва.

Напряжение обрыва, имеющее величину, меньшую предела прочности материала, получается в тех случаях, когда разрушение металла происходит в начале хода пуансона и материал еще не успевает перегнуться через закругление протяжного ребра матрицы. Напряжение обрыва, большее предела прочности, дают те заготовки, у которых обрыв

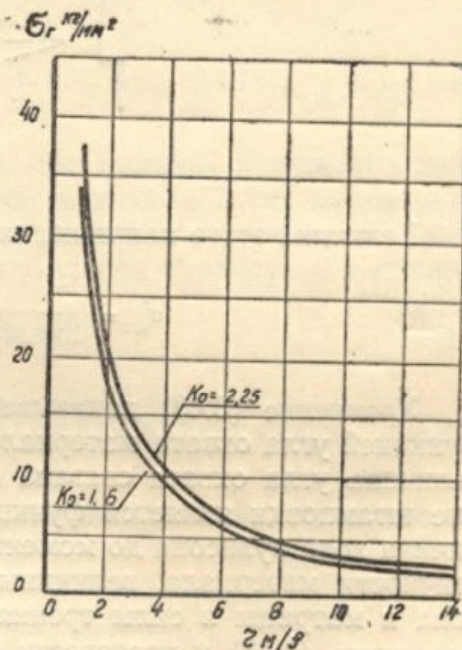


Рис. 18.

дна происходит при сравнительно большом ходе пуансона, когда материал уже успевает полностью перейти через протяжное ребро матрицы. Этот факт позволяет внести определенную систему в изучение величины напряжения материала в момент обрыва, учитывая при этом, что при штамповке с достаточно большим зазором между пуансоном и матрицей цилиндрическая часть имеет некоторую конусность, и заготовка получает три степени свободы деформации. В таком случае схему напряженного состояния цилиндрической части можно приближенно считать линейной.

Исследуем первый случай, когда напряжение обрыва оказывается менее предела прочности материала.

Если обрыв произошел при ходе пуансона, меньшем суммы радиусов закругления матрицы и пуансона, то схема нагрузки на заготовку будет такая, как указано на рисунке 19, где видно, что малым усилием пуансона можно вызвать большее напряжение в материале.

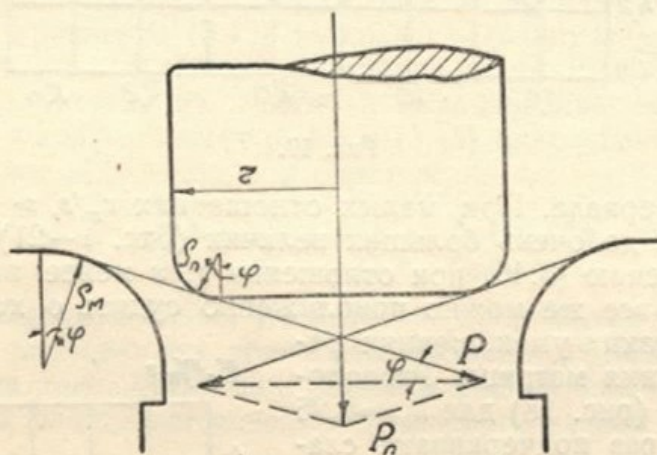


Рис. 19.

Величина этого напряжения будет равняться

$$\sigma'_{шт} = \frac{P_n}{2\pi s \sin \varphi [r - \rho_n (1 - \sin \varphi)]}. \quad (3.48)$$

Уравнение (3.48) показывает, что напряжение штамповки является функцией угла охвата материалом протяжного ребра матрицы, а так как величина угла охвата связана с величиной хода пуансона, то напряжение штамповки является функцией хода пуансона. В свою очередь, величина хода пуансона до момента обрыва зависит от ряда факторов: пластичности материала, величины заготовки, размеров закруглений пуансона и матрицы и силы трения. Нетрудно было бы и далее развернуть уравнение (3.48) и произвести анализ влияния перечисленных факторов, но поскольку величина напряжения штамповки в первом этапе вытяжки не типична, перейдем ко второму случаю, когда сопротивление штамповке оказывается большим предела прочности материала.

Важно предварительно выяснить, в каких случаях возникновение наибольшей нагрузки будет иметь место в первом, а в каких случаях во втором этапе вытяжки, так как каждый этап имеет свою собственную силовую схему. Для упрощения расчетов выясним это обстоятельство в случае идеальной штамповки без учета сопротивления трению и сопротивления перегибу на ребре матрицы.

Во втором этапе путь, пройденный пуансоном, определяется ранее показанной формулой:

$$L = \frac{r}{2} (k_0^2 - k^2) + (\rho_m + \rho_n) \left[0,43 - 0,071 \frac{\rho_m - \rho_n}{r} \right]. \quad (2.21)$$

Для фиксации момента возникновения наибольшей нагрузки необходимо в уравнение вместо текущего коэффициента вытяжки k , вставить коэффициент вытяжки, соответствующий этой нагрузке $k_{\text{нн}}$. Вставив его и пренебрегая последним членом в квадратных скобках, получим:

$$L_{\text{нн}} = \frac{r}{2} (k_0^2 - k_{\text{нн}}^2) + 0,41 (\rho_m + \rho_n). \quad (3.49)$$

Ранее также было показано, что коэффициент вытяжки, соответствующий максимальной нагрузке, равняется;

$$k_{\text{нн}} = \vartheta (k_0 - 1) + 1, \quad (3.16)$$

где ϑ является функцией α и, следовательно, коэффициент вытяжки при наибольшей нагрузке зависит от принятой нами константы пластичности материала α .

Таким образом, ход пуансона во втором этапе, описанный уравнением (3.49) зависит от величины радиуса пуансона, первоначального коэффициента вытяжки, показателя пластичности материала и радиусов закругления пуансона и матрицы.

Вставив значение коэффициента $k_{\text{нн}}$ при наибольшей нагрузке, в уравнение (3.49) из (3.16), получим:

$$L_{\text{нн}} = \frac{r}{2} (1 - \vartheta) [k_0^2 (1 + \vartheta) - 2k_0 \vartheta + \vartheta - 1] + 0,43 (\rho_m + \rho_n). \quad (3.50)$$

Найдем значение коэффициента вытяжки, при котором в момент возникновения наибольшей нагрузки на пуансон заготовка будет деформироваться уже во втором этапе, или, иначе, ход пуансона в это время будет большим или равным сумме радиусов закругления пуансона и матрицы:

$$L_{\text{нн}} \geq \rho_m + \rho_n. \quad (3.51)$$

При этом условии

$$\frac{r}{2} (1 + \vartheta) [k_0^2 (1 + \vartheta) - 2k_0 \vartheta + \vartheta - 1] = 0,57 (\rho_m + \rho_n). \quad (3.52)$$

Для определения k_0 , соответствующего наибольшей нагрузке во втором этапе, получим такое выражение;

$$k_0 = \frac{\vartheta + \sqrt{1 + 1,14 \frac{1 + \vartheta}{1 + \vartheta} \frac{\rho_m + \rho_n}{r}}}{1 + \vartheta}. \quad (3.53)$$

Уравнение (3.53) показывает определенную зависимость между отношением суммы закруглений пуансона и матрицы к радиусу пуансона и начальным коэффициентом вытяжки. Если отношение будет таково, что k окажется большим, чем максимально допустимый для данного материала и геометрии штампа, коэффициент вытяжки $k_{0 \text{ max}}$, то обрыв неизбежен в первом этапе процесса. Но отношение суммы закругления пуансона и матрицы к радиусу пуансона можно всегда подобрать такой вели-

чины, что k_0 будет меньше коэффициента вытяжки, максимально допустимого, и тогда обрыв металла будет иметь место во втором этапе.

Практически для цилиндрического пуансона наибольшее отношение $\frac{\rho_m + \rho_n}{r} \approx 0,6$. Задавшись этим отношением, можно определить величину коэффициента k_0 в функции α или, что то же, в функции α , поскольку α и ϑ связаны между собой.

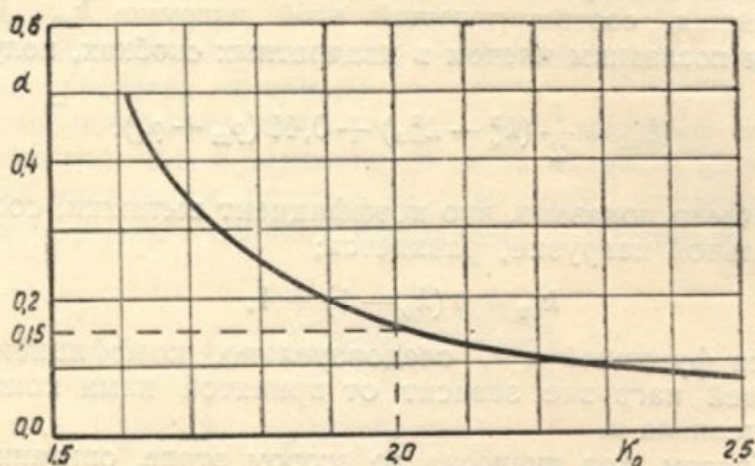


Рис. 20.

По уравнению 3.53, используя также уравнение (3.17), построен график зависимости между α и k_0 , представленный на рисунке 20. Из графика видно, что, например, материал, имеющий максимально допустимый коэффициент вытяжки $k_{0\max} = 2$ и показатель α , меньший 0,15, при данной геометрии штампа ($(\rho_m + \rho_n)/r = 0,6$) будет обрываться в первом этапе вытяжки. Если же при тех же условиях $\alpha > 0,15$, то обрыв будет всегда происходить во втором этапе вытяжки.

Все эти рассуждения действительны для случая идеальной вытяжки. Однако их можно и усложнить, введя дополнительные сопротивления, вызванные силами трения и напряжением перегиба, но это не внесет существенных изменений в окончательные результаты.

В подавляющем большинстве случаев, при нормально проведенной штамповке и достаточно пластичном материале, обрыв заготовки происходит во втором этапе. Опыты показывают, что большей частью дно обрывается на переходе материала с закругления пуансона в цилиндрическую часть.

С. И. Губкин и И. А. Норицын объясняли это явление влиянием сил трения между пуансоном и заготовкой, затрудняющих пластическое течение металла в месте перегиба.

При наличии большого зазора между пуансоном и матрицей силы трения имеют место только на закруглении пуансона. Этот участок хорошо заметен на каждой проштампованной заготовке в виде полосок деформированного металла (рис. 21).

Влияние сил трения видно на рисунке 22, где показаны оборванные алюминиевые заготовки. Заготовка «а» штамповалась обезжиренным пуансоном, а заготовка «в» была обильно смазана с внутренней стороны. В первом случае обрыв произошел в месте стыка цилиндрической части с закруглением пуансона, а во втором заготовка оборвалась по периметру плоской части дна.

Исследуем влияние сил трения на расположение места обрыва. Из заготовки в месте облегания ею закругления пуансона выделим полосу

единичной ширины (рис. 23), предполагая, что радиус пуансона значительно больше радиуса его закругления, и, таким образом, можно пренебречь некоторой непараллельностью сторон выделенной полоски в направлении, перпендикулярном оси пуансона. Рассмотрим условия равно-



Рис. 21.

весия элемента, образованного двумя радиусами ρ_n с углом $\alpha\gamma$ между ними. Пренебрегая изгибающими и проектируя силы на радиальное и тангенциальное направления, получим

$$qr_n d\gamma - s \left[\sin \frac{d\gamma}{2} \sigma + \sin \frac{d\gamma}{2} (\sigma + d\sigma) \right] = 0, \quad (3.54)$$

$$\sigma s \cos d\gamma - (\sigma + d\sigma) s \cos \frac{d\gamma}{2} + \mu q r_n \alpha\gamma = 0, \quad (3.55)$$

где q — давление пуансона на материал, которое считаем равномерно распределенным по закруглению пуансона,

μ — коэффициент трения между заготовкой и пуансоном.

Опуская малые второго порядка из уравнений (3.54) и (3.55), получим

$$\frac{d\sigma}{d\gamma} = \mu\sigma. \quad (3.56)$$

Интегрируя, находим

$$\ln \sigma = \mu\gamma + c. \quad (3.57)$$

Постоянную интегрирования определим из условия, что при $\gamma = \varphi$ $\sigma = \sigma_a = \sigma_{шт}$,

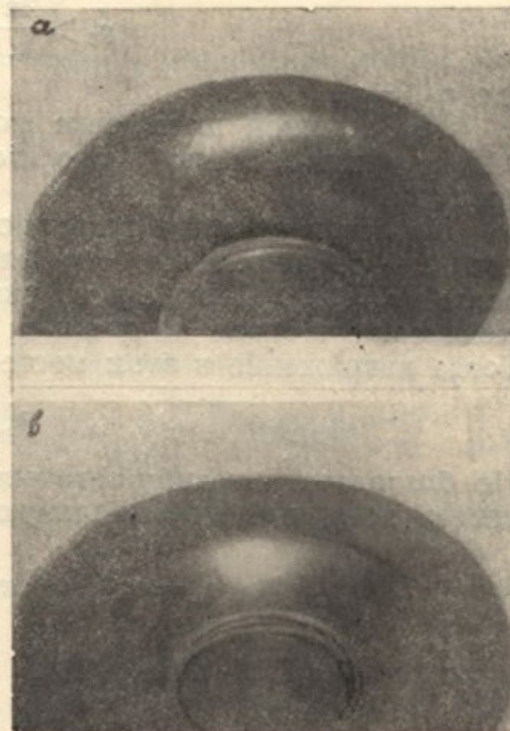


Рис. 22.

где σ_a — напряжение в наиболее опасном сечении.

Тогда

$$\ln \frac{\sigma_a}{\sigma} = \mu (\varphi - \gamma) \quad (3.58)$$

или

$$\sigma = \frac{\sigma_a}{e^{\mu(\varphi-\gamma)}}. \quad (3.59)$$

Из уравнения (3.59) видно, что только при отсутствии трения ($\mu=0$) напряжение в материале, охватывающем закругление пуансона, будет равно напряжению в наиболее опасном сечении. При достаточных силах трения, которые можно достигнуть, например, обезжиривая пуансон и тыльную часть заготовки, напряжение в закругленной части материала будет всегда меньше, чем на сбеге материала в сечении $a-a$.

Обрыв в сечении $b-b$ возможен только в том случае, когда напряжение, определенное по уравнению (3.59) при $\gamma=0$, окажется большим, чем предел прочности материала ($\sigma_\tau \geq \sigma_b$). При этом условии

$$\frac{\sigma_a}{e^{\mu\varphi}} \geq \sigma_b, \quad (3.60)$$

откуда легко найти коэффициент трения, при котором обрыв будет обязательно в сечении $a-a$

$$\mu_1 > \frac{\ln \sigma_{шт} - \ln \sigma_b}{\varphi}, \quad (3.61)$$

где $\sigma_{шт} = \sigma_a$.

При обычной штамповке коэффициент μ колеблется от 0,05 до 0,12 и эти величины легко достигаются тщательным проведением процесса.

Приняв в качестве граничного условия обрыв материала в сечении $a-a$, определим наибольшую величину напряжения штамповки ($\sigma_{шт. \max}$). Предел устойчивой деформации, считая схему напряженного состояния в сечении $a-a$ линейной, будет равен $\epsilon_{ш} = \alpha$. Тогда напряжение в этом месте должно быть

$$\sigma'_{a-a} = B\alpha^\alpha \quad (3.62)$$

Но благодаря перегибу заготовки вокруг закругления пуансона, материал получит дополнительную деформацию (рис. 23)

$$\epsilon_3 = \ln \frac{R'}{R_2} = \ln \frac{r + \rho_n(\varphi - 1)}{r - \rho_n(1 - \sin \varphi)} \quad (3.63)$$

и уравнение (3.62) примет вид

$$\sigma_{a-a} = B(\alpha + \epsilon_3)^\alpha, \quad (3.64)$$

где

$$B = \sigma_b \frac{e^\alpha}{\alpha^\alpha}.$$

Отнеся напряжение σ_{a-a} к исходному сечению, получим:

$$\sigma_{шт \max} = \sigma_b \frac{(\alpha + \epsilon_3)^\alpha}{\alpha^\alpha}. \quad (3.65)$$

При $\rho_n = 0$, то есть, когда нет дополнительной деформации сжатия заготовки в тангенциальном направлении, наибольшее напряжение штамповки будет равно пределу прочности материала.

Значение угла φ , входящего в уравнение (3.63), зависит от радиусов закруглений ребер пуансона и матрицы, величины зазора и пути пуансона в момент действия на него наибольшей нагрузки ($L_{\text{нн}}$).

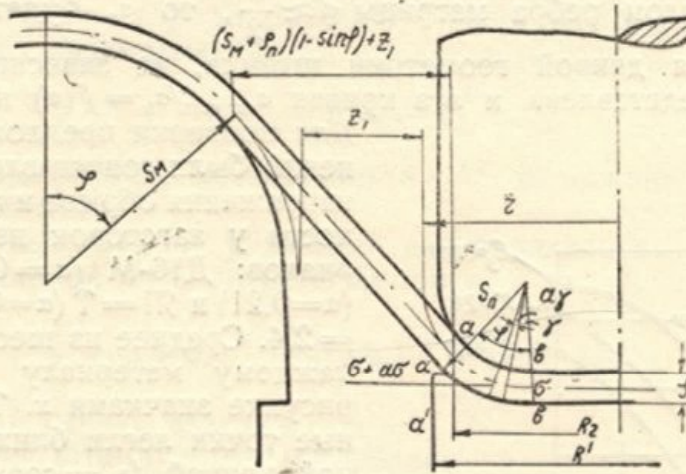


Рис. 23.

Из рисунка 23 видно, что

$$L_{\text{нн}} = (\rho_m + \rho_n) \frac{\cos \varphi + \sin \varphi - 1}{\cos \varphi} + z_1 \operatorname{tg} \varphi, \quad (3.66)$$

где z_1 — разность между зазором z и толщиной материала $z_1 = z - s$. (3.67)

Введя безразмерные величины,

$$\vartheta_3 = \frac{L_{\text{нн}}}{\rho_m + \rho_n}$$

и

$$\vartheta_4 = \frac{z_1}{\rho_m + \rho_n},$$

из уравнения (3.66) можно определить значение $\sin \varphi$:

$$\sin \varphi = \frac{(\vartheta_4 + 1) \pm \sqrt{(\vartheta_3 - 1)^2 [(\vartheta_3 - 1)^2 + (\vartheta_4 + 1)^2 - 1] \sin n (\vartheta_3 - 1)}}{(\vartheta_3 - 1)^2 + (\vartheta_4 + 1)^2}. \quad (3.68)$$

При $\vartheta_3 = 1$, что соответствует моменту начала второго этапа вытяжки

$$\sin \varphi_1 = \frac{\rho_m + \rho_n}{\rho_m + \rho_n + z_1} \quad (3.69)$$

и во втором этапе

$$\arcsin \varphi_1 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}. \quad (3.70)$$

Таким образом, величина напряжения обрыва зависит от геометрии штампа, величины зазора между пуансоном и матрицей, предела прочности материала и показателя пластичности α . При прочих неизменных условиях уменьшение радиуса изделия ведет к увеличению $\sigma_{\text{шт макс}}$, что частично объясняет общеизвестный факт получения больших предельных коэффициентов вытяжки при штамповке деталей малого диаметра.

Зависимость $\sigma_{шт}$ от α видна и непосредственно в уравнении (3.65) и представлена косвенно через ϵ_3 (уравнение 3.63), которое определяется углом φ_1 , зависящим от $L_{ин}(k_0, \alpha)$. На рисунке 24 показана связь между $\sigma_{шт max}/\sigma_b$ и α , подсчитанная для конкретного штампа при k_0 , равном 2,4 или 2,2. Если считать, что приблизительно угол охвата материалом ребра матрицы $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$, то ϵ_3 будет постоянной величиной для данной геометрии штампа, не зависящей от α . На рисунке 24 представлена и эта кривая $\sigma_{шт max}/\sigma_b = f(\alpha)$ при $\epsilon_3 = const$.

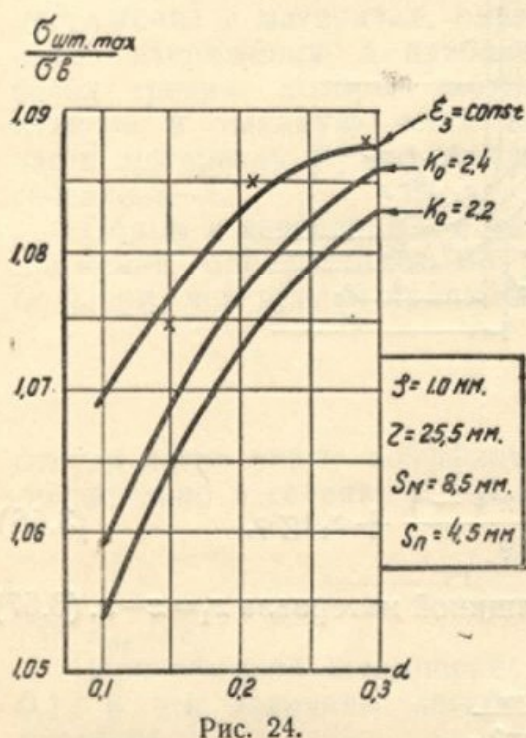


Рис. 24.

Для проверки предложенных уравнений были сопоставлены величины напряжения обрыва и предела прочности у заготовок из трех материалов: Д16-М ($\alpha=0,15$), Ст. 20 ($\alpha=0,21$) и Я1-Т ($\alpha=0,29$) при $k_0=2,4$. Среднее из шести опытов по каждому материалу нанесено на рисунке значками x . То, что опытные точки легли ближе к предельной кривой ($\epsilon_3 = const$), нежели к своей расчетной ($k_0 = 2,4$) объясняется неучтенным радиальным растяжением листа и, следовательно, большим углом охвата. Результаты опыта подтверждают возможность считать угол охвата величиной постоянной, и тогда выражение для ϵ_3 примет простую форму:

$$\epsilon_3 = \ln \frac{r + 0.57 \rho_n}{r}. \quad (3.71)$$

ВЫВОДЫ

1. Процесс штамповки разграничен на три части, резко отличающиеся друг от друга силовыми и кинематическими характеристиками. Изучению, главным образом, подвергался второй этап, характерный наибольшей жесткостью силового режима.

В результате установлено соотношение между перемещениями и скоростями перемещений пуансона и любой точке заготовки в первых двух этапах.

2. Выведены удобные для расчета формулы определения величины сопротивления деформированию фланца заготовки в виде следующих выражений:

а) сопротивление деформированию в любой момент вытяжки:

$$\sigma_d = 1,155 B \left[\frac{k_0 - k}{k_0 - 1} \ln k_0 \right]^\alpha \ln k,$$

где $k_0 = \frac{D_0}{d}$; $k \neq \frac{D}{d}$ — начальный и текущий коэффициент вытяжки;

б) наибольшая величина сопротивления деформированию, служащая для определения силового режима штамповки, имеет вид:

$$\sigma_{d max} = 1,155 B [(1 - \vartheta) \ln k_0]^\alpha \ln [\vartheta (k_0 - 1) + 1],$$

где ϑ является функцией характеристики пластичности и определяется уравнением:

$$\vartheta = \frac{1}{1,38 b\alpha + 1};$$

в) теоретически обосновано упрощенное уравнение для определения сопротивления деформированию фланца заготовки, ранее часто определявшееся экспериментально

$$\sigma_{d \max} = b(k_0 - 1),$$

и даны способы расчета коэффициента „ b “ на основе испытаний на простое растяжение.

3. Дано приближенное уравнение для определения величины работы, затрачиваемой на процесс штамповки.

$$W = 3,8 \cdot 0,6^{1+\alpha} B [\ln k_0]^{1+\alpha} r^2 (k_0^2 - 1) s,$$

где r — средний радиус изделия,

s — толщина штампуемого материала.

4. Исследован механизм деформирования материала на протяжном ребре матрицы и показана принципиальная неправильность применения в этом случае схемы пластического изгиба.

Представлено уравнение для определения напряжения σ_r , вызванного перегибом материала вокруг ребра матрицы, и показана зависимость этого напряжения не только от величины отношения радиуса закругления протяжного ребра матрицы к толщине материала, но и от предварительной степени деформации металла на фланце заготовки, перед поступлением его на ребро матрицы. Показана степень зависимости σ_r от этих двух факторов:

$$\sigma_r = 1,155^{1+\alpha} B \left[\varepsilon_{01} + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho_m}{r_m} \right] \ln \frac{\rho_m}{r_m},$$

где

$$\varepsilon_{01} = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{r^2 (k_0^2 - k^2)}{(r + \rho_m)^2} + 1 \right],$$

r_m — радиус закругления протяжного ребра матрицы и $\rho_m = r_m + \frac{s}{2}$

5. Дан способ расчета сопротивления металла штамповке. Показано, в каких случаях это сопротивление может быть больше предела прочности (σ_b) штампуемого материала, в каких случаях меньше. Теоретически обосновано место обрыва заготовки и даны формулы расчета наибольшей величины сопротивления штамповке ($\sigma_{шт \max}$) в функции характеристики пластичности. Уравнение выведено для случая, когда $\sigma_{шт \max} > \sigma_b$ как имеющего большее практическое значение, нежели случай, когда сопротивление штамповке меньше предела прочности:

$$\sigma_{шт \max} = \sigma_b \frac{(\alpha + \varepsilon_3)^\alpha}{\alpha^\alpha},$$

$$\varepsilon_3 = \ln \frac{r + \rho_n (\varphi - 1)}{r - \rho_n (1 - \sin \varphi)} \approx \ln \frac{r + 0,57 \rho_n}{r},$$

где ρ_n — радиус закругления пуансона плюс половина толщины штампуемого материала,
 φ — угол охвата материалом закругления пуансона или матрицы в данный момент штамповки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губкин С. И. Теория удельного давления течения металла при волочении. Изв. АН СССР, отдел технических наук, 1947, № 12.
2. Губкин С. И. Экспериментальное исследование удельного давления течения при волочении. Изв. АН СССР, отдел технических наук, 1948, № 2.
3. Губкин С. И. и Норицын И. А. К вопросу о направлении развития теории глубокой вытяжки листового металла. «Вестник машиностроения», 1950, № 7.
4. Исаченков Е. И. Влияние трения и смазки на утонение материала при глубокой вытяжке. «Вестник машиностроения», 1951, № 1.
5. Лебедев Н. Ф. Об обжатии, раздаче и волочении труб. Ин-т механики АН СССР, инженерный сб., т. VI, 1950.
6. Недорезов В. Е. Глубокая вытяжка листового металла, Машгиз, 1949.
7. Норицын И. А. Глубокая вытяжка листового металла без межоперационных отжигов. «Вестник машиностроения», 1950, № 10.
8. Ш о ф м а н Л. А. Элементы теории холодной штамповки, Оборонгиз, 1952.